

形式言語理論 (0510002) 第 3 回講義 ハンドアウト (2018/10/12)

蓮尾 一郎 (国立情報学研究所)
<http://group-mmm.org/~ichiro>

1 事務連絡

期末試験と追試験の日程を相談させてください。提案 (すべて仮です) :

- 2019/02/01 金曜日 午後: 期末試験 (@東大駒場)
- 2019/03/14 木曜日 午後: 追試対策補講 (@おそらく国立情報学研究所竹橋サテライト)
- 2019/03/29 金曜日 午前: 追試 (@おそらく東大本郷)

2 今回の講義の内容

教科書 2 章のはじめから, 2.5 節の終わり (p.27) まで. 必ず進むという鉄の意志で進みます. ハイライト:

- 有限オートマトンが, 言語 (語の無限集合) を認識する.
- テクニカルなハイライト: 2.3 節の powerset construction.
- 有限オートマトンというフォーマリズムの表現力の限界. (Pumping Lemma を通して)

レポート課題 (復習問題)

1. 教科書の練習問題 2.2.1 の言語を受理する決定性有限オートマトンを与えよ.

3 次回の講義の内容

2018.10.19 (Fri)

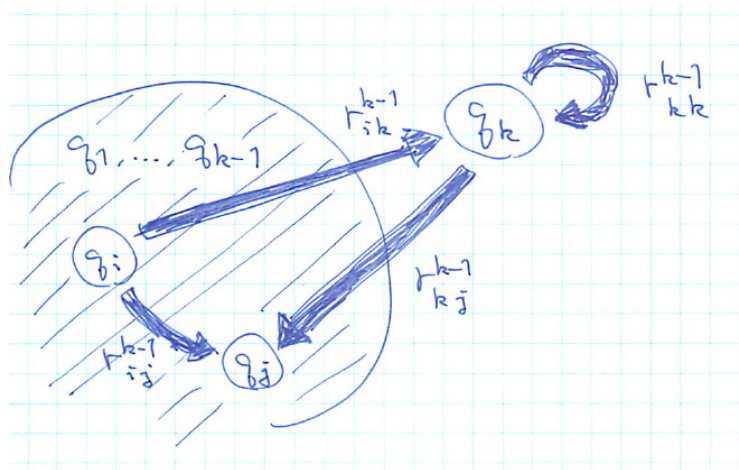
教科書 2.8 節 (p.42) まで.

教科書の補足

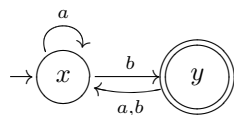
Remark 1. 定理 2.7 では, 与えられた正則表現から ε 動作付非決定性有限オートマトンを生成しているが, 直接決定性有限オートマトンを生成する手順も知られている. たとえば, 次の博士論文 (ウェブで入手可能) の Section 3.1.2.

Alexandra Silva. *Kleene Coalgebra*, PhD Thesis, Radboud University Nijmegen, 2010.

Remark 2. 定理 2.8, 教科書の証明のポンチ絵:



定理 2.8 の構成についてもより単純なやり方がある (Kleene algebra とよばれる代数系の中で再帰方程式を解くことによる). 時間があれば解説する. 概略 (例を使って):



- 状態 x, y を初期状態とした場合の受理言語をそれぞれ L_x, L_y と書くことにすると, 方程式

$$L_x \equiv a \cdot L_x + b \cdot L_y, \quad L_y \equiv a \cdot L_x + b \cdot L_x + 1 \quad (1)$$

がなりたつ.

- 代入により, 1つ目の方程式の L_y を消去すると, 次の方程式を得る.

$$L_x \equiv (a + ba + b^2)L_x + b \quad (2)$$

- この方程式 (2) の唯一の解は $L_x \equiv (a + ba + b^2)^* \cdot b$ である. (「唯一」: 解を表す正規表現はたくさんあるかもしれないが, それらはすべて同じ言語を表現する) この証明にはちょっとしたアイデアが必要.

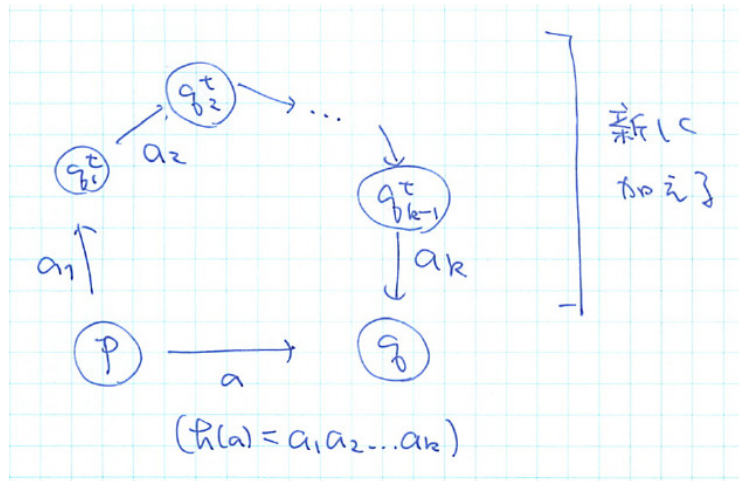
- (1) の2つ目に代入して, $L_y \equiv (a + b) \cdot (a + ba + b^2)^* \cdot b + 1$.

Remark 3. 定理 2.10, 2.11 は言語の「左剰余」「右剰余」に関する定理. $L_1 \setminus L_2$ は「 L_2 を L_1 で左から割る」と思えばよい. L_1 / L_2 は「 L_1 を L_2 で右から割る」.

Remark 4. 定理 2.13 のポイント: 準同型写像 $h: \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ は, 一文字 $a \in \Sigma$ の行き先 $h(a) \in \Gamma^*$ が決まれば, 完全に決まる. (命題 2.7 のココロはこれ) すなわち,

$$h(a_1 \dots a_k) = h(a_1) \dots h(a_k) .$$

教科書の証明のポンチ絵:



レポート課題 (予習問題)

2. 与えられた正則表現 ψ について、 ψ の表現する言語を受理する決定性有限オートマトン (ϵ 動作なし) を構成したい。そのための手順の概略を 2 行程度で述べよ。
3. L が正則言語のとき、その補集合 $\bar{L} = \Sigma^* - L$ は正則である。理由を簡単に説明せよ。