

形式言語理論 レポート課題 第6回

1. $[a]_{\equiv_3} + [b]_{\equiv_3} := [a+b]_{\equiv_3}$ と定義したい.

これが well-defined になるためには.

$$\forall a_0, a_1, b_0, b_1 \in \mathbb{N},$$

$$(a_0 \equiv_3 a_1 \text{ and } b_0 \equiv_3 b_1) \Rightarrow (a_0 + b_0 \equiv_3 a_1 + b_1)$$

を示せばよい. 仮定より.

$$a_0 - a_1 = 3m, \quad b_0 - b_1 = 3n \quad (m, n \in \mathbb{Z}).$$

従って.

$$\begin{aligned} (a_0 + b_0) - (a_1 + b_1) &= (a_0 - a_1) + (b_0 - b_1) \\ &= 3(m+n) \end{aligned}$$

なので $a_0 + b_0 \equiv_3 a_1 + b_1$ である. □

ちなみに, well-defined でない 関数の例は.

$$[a]_{\equiv_3} \mapsto [(a \text{ の } 7 \text{ の位の数})]_{\equiv_3}$$

などがあります.

$$[0]_{\equiv_3} \mapsto [0]_{\equiv_3}$$

|| *
||

$$[21]_{\equiv_3} \mapsto [1]_{\equiv_3}$$

このようなおかしな定義をしてしまわないために, 商集合 (同値類の集合) 上の関数を同値類の代表元を使って定義する時はいつも well-definedness を確かめる必要があります.

2. 前回の解答参照.

おまち...
↓

(教科書 p.53 の最後の行. 「区別可能である」^{正しくは} → 「区別可能でない」)