

# 形式言語理論 2015 年度 期末試験 2016 年 1 月 8 日

## 諸注意

- 全 5 問, 問題は 2 ページある .
  - 解答用紙に解答せよ . 裏面等を使う場合は, その旨をはっきりわかるように記すこと .
  - 答案には問題の番号を明記すること .
  - ノート・参考書等の参照は不可 .
  - 所属及び学年の欄には, 進学先の学科も書いてください .
  - ウェブページで合格者の学籍番号リストを掲載する予定です ( 追試の準備に早くとりかかれるように ). これを希望しない人は, 答案の冒頭に「学籍番号非公開希望」とはっきり書いてください . ただしその場合, 合否は UT-MATE を通じて連絡することになります .
  - 不正行為には厳正に対処する .
- 

## 問 1.

アルファベット  $\Sigma$  を  $\Sigma = \{0, 1\}$  と定める . 次の言語それぞれについて, その言語を認識する決定性有限オートマトン (deterministic finite automata, DFA) のうち, 状態数最小のものを与えよ .

- (1)  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists w' \in \Sigma^*. \exists x \in \Sigma. w = w'0x\}$  .
- (2)  $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid |w| \text{ は偶数}\}$  . ただし  $|w|$  は文字列  $w$  の長さを表す .
- (3)  $L_3 = L_1 \cap L_2$  .

## 問 2.

アルファベット  $\Sigma$  を  $\Sigma = \{0, 1\}$  と定める .  $\Sigma$  上の言語

$$\{xx \mid x \in \Sigma^*\}$$

は正則 (regular) か? 証明も与えよ .

## 問 3.

次の問題を解くアルゴリズムを 5 行以内で説明せよ . (簡潔な説明でよい . ただし要点を押さえること)

入力 : アルファベット  $\Sigma$  上の正規表現 (regular expressions)  $\varphi, \psi$

出力 :  $\varphi, \psi$  の表現する言語  $L(\varphi), L(\psi) \subseteq \Sigma^*$  について ,

$$L(\varphi) = L(\psi)$$

が成立するかどうか .

問 4.

次の事実 (†) について考える .

(†)  $L \subseteq \Sigma^*$  が文脈自由 (context-free) かつ無限 (すなわち,  $L$  は無限個の語を含む) であるとする . このとき  $L$  に対し, ある自然数  $K > 0$  が存在して次が成立する : すべての自然数  $n \geq 1$  に対し,  $nK \leq |s_n| \leq (n+1)K$  をみたす  $s_n \in L$  が存在する .

以下の問いに答えよ .

- (1) 文脈自由言語のための pumping lemma の statement を述べよ .
- (2) 文脈自由言語のための pumping lemma を用いて, 事実 (†) を証明せよ .
- (3)  $G = (V, T, P, S)$  を文脈自由文法とする . このとき,  $G$  の生成する言語  $L(G) \subseteq T^*$  が無限かどうか判定する手順を考え, 2 ~ 3 行で概略を示せ .  
ただし次を仮定して良い .

- $G$  は Chomsky 標準形である . すなわち, 生成規則の集合  $P$  の要素は

$$A \rightarrow BC \quad \text{または} \quad A \rightarrow a$$

の形をしている (ただし  $A, B, C \in V$  かつ  $a \in T$ ).

- 任意の変数  $A \in V$  は終端記号列を導出しうる (すなわち, ある  $w \in T^*$  に対して  $A \Rightarrow_G^* w$ ).

問 5.

$L$  をアルファベット  $\Sigma$  上の正規言語 (regular language) とする . このとき, 集合

$$\mathcal{A} = \{w \setminus L \mid w \in \Sigma^*\} \subseteq \mathcal{P}(\Sigma^*)$$

が有限集合であることを証明せよ . ただし  $w \setminus L$  は言語  $L$  の語  $w$  による左微分をあらわし,

$$w \setminus L = \{w' \in \Sigma^* \mid ww' \in L\}$$

と定義される .

ヒント :  $L$  を認識する DFA  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  をとり, 関数

$$f: Q \longrightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*), \quad q \longmapsto L(M_q)$$

を考えよ . ただし  $M_q$  は  $M$  において初期状態のみを  $q$  に変更した DFA  $(Q, \Sigma, \delta, q, F)$  をあらわす .