

復習問題

1. $f(f^{-1}(W)) \neq W$ の例,

全射でない f と 適当な W の組を与えればよい.

例 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a.t. $f(x) = |x|$. $W = \mathbb{R}$.

$$f(f^{-1}(W)) = f(\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in W\}) = f(\mathbb{R}) = \{|x| \mid x \in \mathbb{R}\} \neq \mathbb{R}.$$

$g^{-1}(g(V)) \neq V$ の例

単射でない g と 適当な V の組を与えればよい.

例. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a.t. $g(x) = |x|$, $V := \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$

$$g^{-1}(g(V)) = g^{-1}(\{|x| \mid x \geq 0\}) = \mathbb{R} \neq V.$$

2. 二項関係 $R \subseteq X \times Y$ が X から Y への関数と同視できるために R が満たすべき性質.

- $(x, y), (x, y') \in R \Rightarrow y = y'$

- $\forall x \in X. \exists y \in Y. (x, y) \in R$

3. $\mathcal{P}(X) \cong \mathbb{N}$ となる集合 X は存在しない.

$\because X$ が有限集合のとき $|\mathcal{P}(X)| = 2^{|X|}$ より $\mathcal{P}(X)$ は有限集合.

したがって, 明らかに 全射となる $f: \mathcal{P}(X) \rightarrow \mathbb{N}$ は存在しない.

X が無限集合のとき, ~~選択公理を仮定すると~~, $|\mathbb{N}| \leq |X|$.

カントールの定理 (教科書・定理 1.1) より $|\mathbb{N}| \leq |X| < |\mathcal{P}(X)|$ //

4. $|x| = n$ である x について, 次の個数. (これは 最大値)
例. $x = aaa$

- prefix: $n+1$

- suffix: $n+1$

- subword: $\frac{n(n+1)}{2} + 1$

- subsequence: 2^n

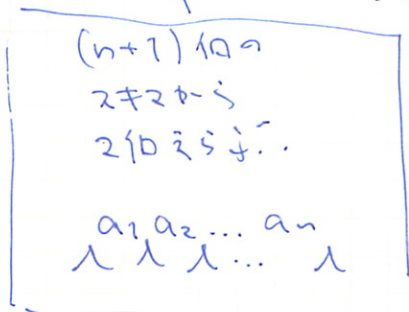
例. $x = abc$ の場合.

prefix: ϵ, a, ab, abc

suffix: ϵ, c, bc, abc

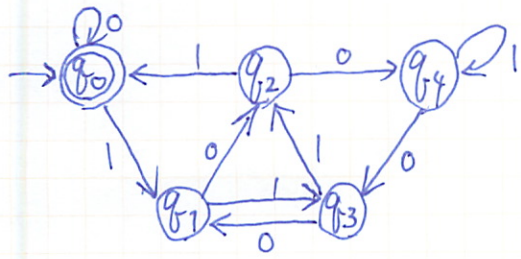
subword: $\epsilon, a, ab, abc, b, bc, c$

subsequence: $\underbrace{\epsilon}_\epsilon, a, ab, ac, abc, b, bc, c$

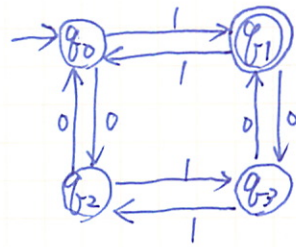


予習問題 (練習問題 2.1)

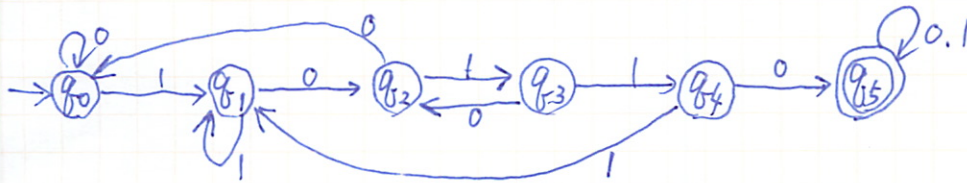
1. $\{x \in \{0, 1\}^* \mid [x] \text{ は } 5 \text{ の倍数}\}$



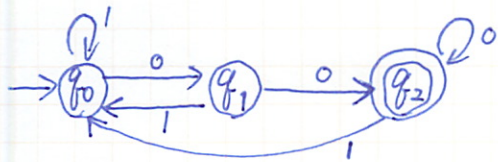
2. $\{x \in \{0, 1\}^* \mid x \text{ は偶数個の } 0 \text{ と奇数個の } 1 \text{ を含む}\}$



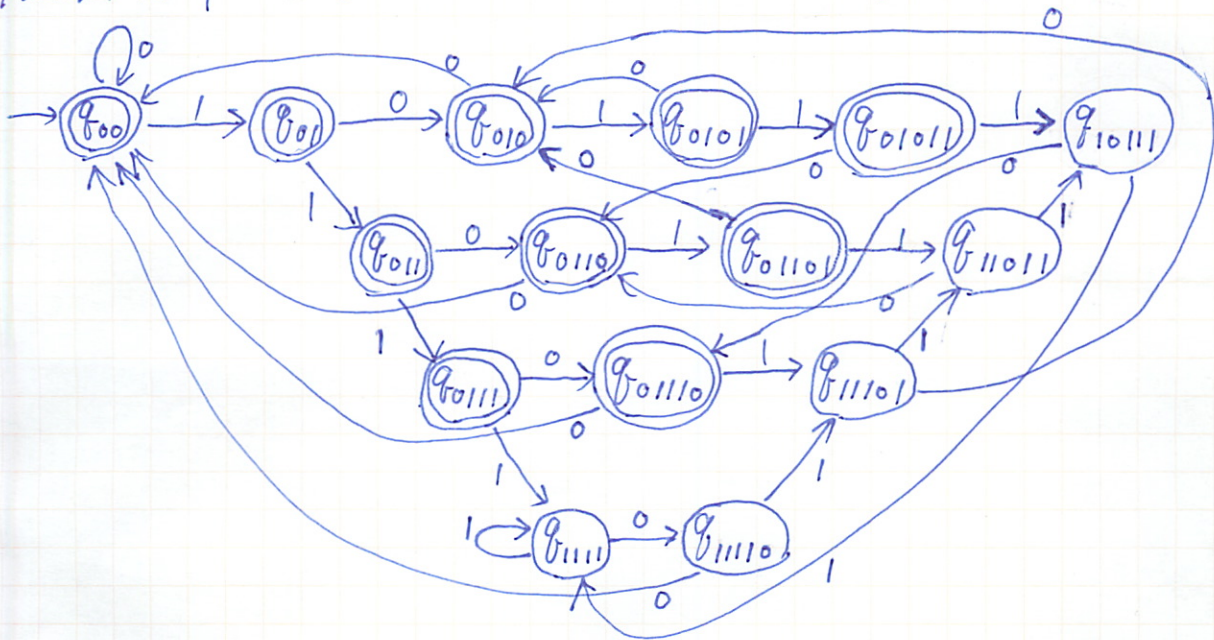
3. $\{x \in \{0, 1\}^* \mid x \text{ は } 10110 \text{ を部分語として含む}\}$



4. $\{x \in \{0, 1\}^* \mid x \text{ は } 00 \text{ を接尾語として含む}\}$



5. $\{x \in \{0, 1\}^* \mid x \text{ の長さ } 5 \text{ のどの部分語も少なくとも } 2 \text{ つの } 0 \text{ を含む}\}$



6. $\{x \in \{0, 1\}^* \mid x \text{ の最後から } 5 \text{ / } 0 \text{ 番目は } 1\}$

$M = (Q, \{0, 1\}, \delta, q_0, F)$

$\cdot Q = \{q_x \mid x \in \{0, 1\}^*, |x| = 0\}$

$\cdot q_0 = q_{0000000000}$

$\cdot \delta(q_{x_1 x_2 \dots x_{10}}, a) = q_{x_2 x_3 \dots x_{10} a}$ ($x_1, \dots, x_{10}, a \in \{0, 1\}$)

$\cdot F = \{q_{1 \cdot x} \mid x \in \{0, 1\}^*, |x| = 9\}$