形式言語理論 (0510002)　　第 3 回講義 ハンドアウト (2014/10/24)

蓮尾 一郎 (理学部情報科学科 講師)
http://www-mmm.is.s.u-tokyo.ac.jp/∼ichiro

1　今回の講義の内容

定義 2.1 のあとから，教科書 2.5 節の終わり (p.27) まで．スピードをあげて行きます． ハイライト：

- **有限**オートマトンが，言語 (語の**無限**集合) を認識する．
- テクニカルなハイライト： 2.3 節の powerset construction.
- 有限オートマトンというフォーマリズムの**表現力の限界**．(Pumping Lemma を通して)

レポート課題 (復習問題)

1. 教科書の練習問題 2.2.1 の言語を受理する決定性有限オートマトンを与えよ．
2. 教科書の練習問題 2.4 (p.27) のうち 2 つを解答せよ．

2　次回の講義の内容

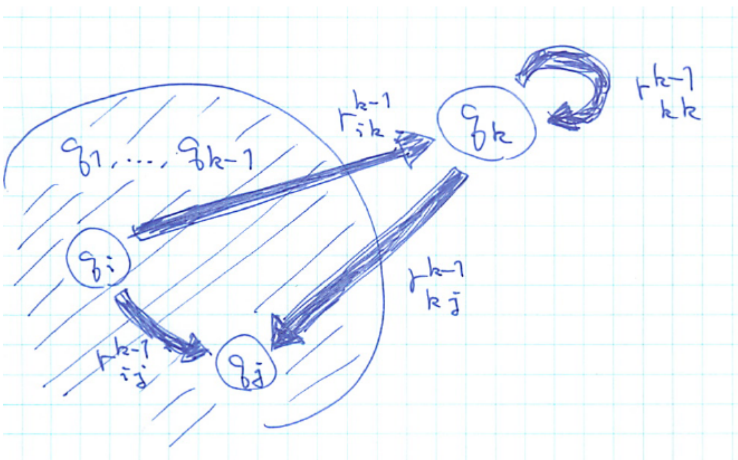
2014.10.31 (Fri) 教科書 2.8 節 (p.42) まで．

教科書の補足

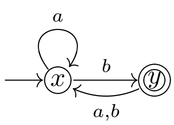
Remark 1. 定理 2.7 では，与えられた正則表現から ε 動作付非決定性有限オートマトンを生成しているが，直接決定性有限オートマトンを生成する手順も知られている．たとえば，次の博士論文 (ウェブで入手可能) の Section 3.1.2.

> Alexandra Silva. *Kleene Coalgebra*, PhD Thesis, Radboud University Nijmegen, 2010.

Remark 2. 定理 2.8，教科書の証明のポンチ絵：



定理 2.8 の構成についてもより単純なやり方がある (Kleene algebra とよばれる代数系の中で再帰方程式を解くことによる)．時間があれば解説する．概略 (例を使って)：



- 状態 x, y を初期状態とした場合の受理言語をそれぞれ L_x, L_y と書くことにすると，方程式
$$L_x \equiv a \cdot L_x + b \cdot L_y \ , \qquad L_y \equiv a \cdot L_x + b \cdot L_x + 1 \tag{1}$$
がなりたつ．

- 代入により，１つ目の方程式の L_y を消去すると，次の方程式を得る．
$$L_x \equiv (a + ba + b^2)L_x + b \tag{2}$$

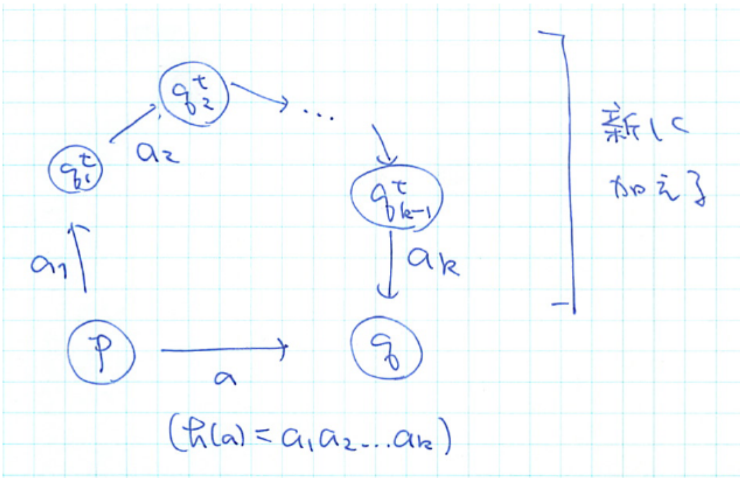
- この方程式 (2) の唯一の解は $L_x \equiv (a + ba + b^2)^* \cdot b$ である．(「唯一」: 解を表す正規表現はたくさんあるかもしれないが，それらはすべて同じ言語を表現する) この証明にはちょっとしたアイデアが必要．

- (1) の２つ目に代入して，$L_y \equiv (a + b) \cdot (a + ba + b^2)^* \cdot b + 1$.

Remark 3. 定理 2.10, 2.11 は言語の「左剰余」「右剰余」に関する定理．$L_1 \backslash L_2$ は「L_2 を L_1 で左から割る」と思えばよい．L_1/L_2 は「L_1 を L_2 で右から割る」.

Remark 4. 定理 2.13 のポイント: 準同型写像 $h : \Sigma^* \to \Gamma^*$ は，一文字 $a \in \Sigma$ の行き先 $h(a) \in \Gamma^*$ が決まれば，完全に決まる．(命題 2.7 のココロはこれ) すなわち，
$$h(a_1 \dots a_k) = h(a_1) \cdots h(a_k) \ .$$

教科書の証明のポンチ絵：



レポート課題 (予習問題)

3. 与えられた正則表現 ψ について，ψ の表現する言語を受理する決定性有限オートマトン (ε 動作なし) を構成したい．そのための手順の概略を 2 行程度で述べよ．

4. L が正則言語のとき，その補集合 $\bar{L} = \Sigma^* - L$ は正則である．理由を簡単に説明せよ．