

第6回 レポート 解答 (2014/11/14 出題分).

復習問題

1. 例2.15の2項関係 \equiv_3 について、同値類の商の和 $[a]_{\equiv_3} + [b]_{\equiv_3}$ ($a, b \in N$)を定義して、その定義が well-defined であることを示せ。

(解答例). $[a]_{\equiv_3} + [b]_{\equiv_3} := [a+b]_{\equiv_3}$ と定義する。これが well-defined であることを示す。

$a \equiv_3 a'$ かつ $b \equiv_3 b'$ ならば、 $[a]_{\equiv_3} + [b]_{\equiv_3} = [a']_{\equiv_3} + [b']_{\equiv_3}$ であることを示す。

$a \equiv_3 a'$ より、整数 k が存在して $a - a' = 3k$ 。同様に、

$b \equiv_3 b'$ より、整数 l が存在して $b - b' = 3l$ 。

以上により、 $(a+b) - (a'+b') = (a-a') + (b-b') = 3(k+l)$ 。なので、

$$a+b \equiv_3 a'+b'. \quad \text{--- ①}$$

$$\text{したがって. } [a]_{\equiv_3} + [b]_{\equiv_3} = [a+b]_{\equiv_3} \quad (\because \text{定義})$$

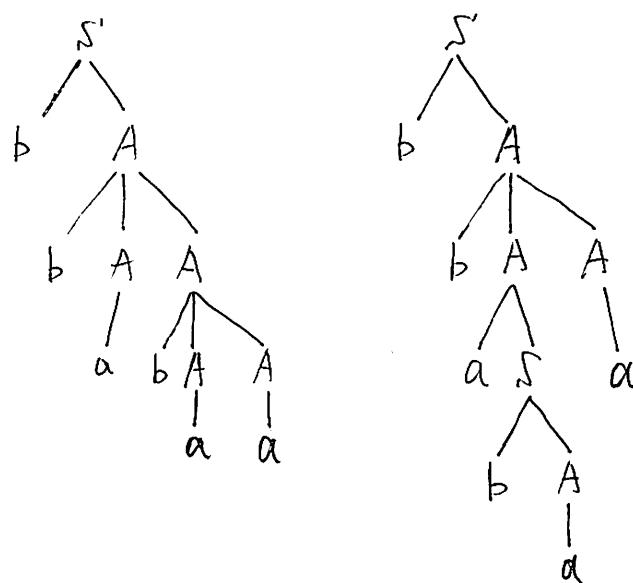
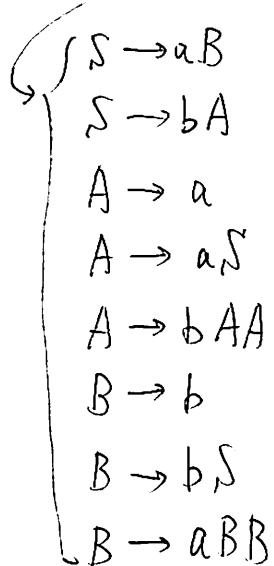
$$= [a'+b']_{\equiv_3} \quad (\because \text{①})$$

$$= [a']_{\equiv_3} + [b']_{\equiv_3} \quad (\because \text{定義}). //$$

2. 練習問題2.4を2つ以上解け。(前回レポート解答参照) //

予習問題

3. 例3.3の文法において、語 $bbabaa$ の導出木を与える。



//