

形式言語理論 2016 年度 期末試験 2017 年 2 月 3 日

諸注意

- 全 5 問，問題は 2 ページある．
 - 解答用紙に解答せよ．裏面等を使う場合は，その旨をはっきりわかるように記すこと．
 - 答案には問題の番号を明記すること．
 - ノート・参考書等の参照は不可．
 - (当然ながら) 字が読めない答案には点をあげません．
 - 所属及び学年の欄には，進学先の学科も書いてください．
 - ウェブページで合格者の学籍番号リストを掲載する予定です (追試の準備に早くとりかかれるように). これを希望しない人は，答案の冒頭に「学籍番号非公開希望」とはっきり書いてください．ただしその場合，合否は UT-MATE を通じて連絡することになります．
 - 不正行為には厳正に対処する．
-

問 1.

アルファベット Σ を $\Sigma = \{0, 1\}$ と定める．次の言語のそれぞれについて，その言語を認識する決定性有限オートマトン (deterministic finite automata, DFA) のうち，状態数最小のものを与えよ．

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{ある } w' \in \Sigma^* \text{ が存在して } w = w'01\}$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{ある } w', w'' \in \Sigma^* \text{ が存在して } w = w'011w'' \text{ または } w = w'110w'' \}$$

問 2.

アルファベット Σ を $\Sigma = \{0, 1\}$ と定める． Σ 上の言語

$$\{xx \mid x \in \Sigma^*\}$$

は文脈自由 (context-free) か？ 証明も与えよ．

問 3.

次の問題を解くアルゴリズムを 5 行以内で説明せよ． (簡潔な説明でよい．ただし要点を押さえること)

入力： アルファベット Σ 上の非決定性有限オートマトン (nondeterministic finite automata, NFA) M_1, M_2

出力： 次が成立するかどうか：

$$\forall w \in L(M_1). \quad w \in L(M_2)$$

問 4.

Myhill-Nerode の定理について、次の問いに答えよ。 $L \subseteq \Sigma^*$ を Σ 上の言語とする。

- (1) L が正則 (regular) ならば、ある有限指標で右不変な同値関係 $R \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ が存在して、 L は R -同値類のいくつかの和集合として書ける。このことを 10 行程度で説明せよ。

ただし、同値関係 R が有限指標であるとは商集合 Σ^*/R が有限集合になることを指す。また、 R が右不変であるとは、任意の $x, y \in \Sigma^*$ について

$$xRy \implies \forall z \in \Sigma^*. xzRyz$$

が成り立つことをいう。

(ヒント: $L = L(M)$ なる DFA M をとり、 R を「 M において同じ役割をする」という関係として定義してみよ)

- (2) L に対する Myhill-Nerode 関係 $\equiv_L \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ を、

$$x \equiv_L y \stackrel{\text{def.}}{\iff} \forall z \in \Sigma^*. (xz \in L \iff yz \in L)$$

によって定義する。 \equiv_L が有限指標であるならば L が正則であることを、10 行程度で説明せよ。

問 5.

次の問題を解くアルゴリズムを説明せよ。(簡潔な説明でよい。ただし要点を押さえること)

入力: 文脈自由言語 $G = (V, T, P, S)$ と、語 $w = a_1 a_2 \dots a_m \in T^*$

出力: $w \in L(G)$ かどうか。

必要ならば、単純のために G を Chomsky 標準形であると仮定してよい。