

# 情態論理 レポート4 解答

2. 一般に formula  $A \vdash \top$  は valuation  $J: P\text{Var} \rightarrow \{\top, \perp\}$  で  $\vdash J(A) \in \{\top, \perp\}$  である。An denotation  $\llbracket A \rrbracket_J \in \{\top, \perp\}$  とする。

- 例の  $J \vdash \top$ ,  $\llbracket A \rrbracket_J = \top \Leftrightarrow A$  は半真 (valid).

- 例の  $J \vdash \perp$ ,  $\llbracket A \rrbracket_J = \perp \Leftrightarrow A$  は充足可能 (satisfiable),

- 例の  $J \vdash \perp$ ,  $\llbracket A \rrbracket_J = \perp \Leftrightarrow A$  は充足不能 (unsatisfiable).

各々の formula  $A \vdash \top$ , truth table は以下のようだ。

$\vdash \top$

$$A \supset B \supset A$$

$$\neg A \supset A$$

A	B	$B \supset A$	$A \supset B \supset A$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$

A	$\neg A$	$\neg A \supset A$
$\top$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\perp$

$$(A \supset B \supset C) \supset (A \supset B) \supset A \supset C$$

A	B	C	$A \supset B \supset C$	$A \supset B$	$A \supset C$	$(A \supset B \supset C) \supset (A \supset B) \supset A \supset C$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$

以上より  $A \supset B \supset A$  は valid,  $\neg A \supset A$  は satisfiable,  $(A \supset B \supset C) \supset (A \supset B) \supset A \supset C$  は valid.