形式言語理論 (0510002)　　第 2 回講義 ハンドアウト (2017/10/06)

蓮尾 一郎 (国立情報学研究所)
http://group-mmm.org/~ichiro

1　今回の講義の内容

教科書 命題 1.1 の証明から，2.3 節 (p.22) まで．スピードをあげて行きます．ハイライト：

- 有限オートマトンが，言語 (語の無限集合) を認識する．
- テクニカルなハイライト： 2.3 節の powerset construction.

教科書の補足

定理 1.1 では関数 $f\colon X \to 2^X$ に対して「$x \in f(x)$ かどうか」という問題を考えますが，この問題の意味がわからない（「型」が合っていない気がする）人は，ぜひ $X = \mathbb{N}$ とか $X = \{a, b\}$ など具体例で考えてみてください．ポイントは

$$f(x) \in 2^X = \{P \mid P \subseteq X\} \quad \text{なので} \quad f(x) \subseteq X$$

ということです．

レポート課題 (復習問題)

1. 教科書の練習問題 2.2 を解答せよ．
2. 教科書の練習問題 2.2.1 の言語を受理する決定性有限オートマトンを与えよ．

2　次回の講義の内容

2017.10.13 (Fri)
教科書 2.6 節 (p.31) まで．

教科書の補足

Remark 1. 教科書の注意 2.8 のように，正則表現 r と，その表現する集合 $L(r)$ を混同することがよくなされる．これによっていろいろな表記が単純になるが，計算機科学の大原則 (syntax と semantics の分離) からすると，必ずしも好ましいこととは言えない．

p. 29 の後半，言語変数が出てくるあたりから，議論が少しわかりにくいかもしれない．このあたりをがっちり形式的に書くとすると，次のようになる．

定義 1. アルファベット Σ 上の正規表現全体の集合を RegExp_Σ と書く．

Lemma 1. 二つのアルファベット $\Gamma = \{X_1, \dots, X_m\}$ と Σ を考える．関数

$$f : \Gamma \longrightarrow 2^\Sigma$$

が与えられたとき，これは関数

$$f^\dagger : \mathsf{RegExp}_\Gamma \longrightarrow 2^\Sigma$$

を定める．

前者の関数 f が教科書における割り当て $X_i \mapsto L_i$ であり，後者の関数 $f^\dagger$ が教科書における割り当て $R \mapsto R(L_1, \dots, L_m)$ にほかならない．すると命題 2.6 は次のように述べられる．

Proposition 1. 上の定義の状況において，$R \in \mathsf{RegExp}_\Gamma$ かつ $w \in f^\dagger(R)$ であるとする．すると，ある $X_1 \dots X_m \in \Gamma^*$ が存在して，$X_1 \dots X_m \in L(R)$ かつ $w \in f(X_1) \cdot \cdots \cdot f(X_m)$.

レポート課題 (予習問題)

3. ある言語 $L \subseteq \Sigma^*$ が正則であることを示すには，どのような方法があるか？
4. 逆に，ある言語 $L \subseteq \Sigma^*$ が正則でないことを示すには，どのような方法があるか？