



# 統計的機械学習と 演繹的形式推論

## システムの信頼性と説明可能性へのアプローチ

蓮尾 一郎

国立情報学研究所 (NII)

JST ERATO 蓮尾メタ数理システムデザインプロジェクト

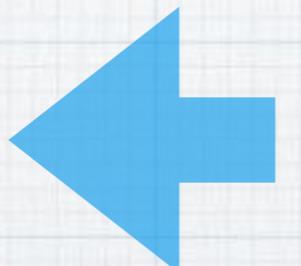
- ・東大 (BSc 数学), 東工大 (MSc 論理学),  
U Nijmegen (PhD 計算機科学)
- ・京大数理研 → 東大情報理工 → NII
- ・さきがけ西浦領域OB
- ・専門：理論計算機科学, 論理学,  
計算機科学における代数的・圏論的構造



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Waymo\\_self-driving\\_car\\_front\\_view.gk.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Waymo_self-driving_car_front_view.gk.jpg)

高機能・高効率のシステムの  
設計・実装  
および  
安全性保証  
説明責任

統計的機械学習  
演繹的形式推論



# 統計的機械学習

例：ニューラルネット（NN）で犬と猫を判別

データ

（ラベル付き画像）  
を準備

$$\left\{ \begin{array}{l} (\text{pic}_1, \text{label}_1), \\ \dots, \\ (\text{pic}_K, \text{label}_K) \end{array} \right\}$$

where  $\text{pic}_i \in \mathbb{R}^{640 \times 480}$ ,  
 $\text{label}_i \in \{\text{dog}, \text{cat}\}$



識別ルール（犬っぽさ, 猫っぽさ）を,  
パラメータ（重み）として自動で発見

ニューラルネット

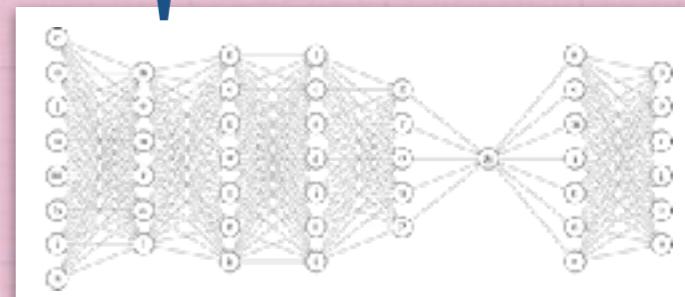
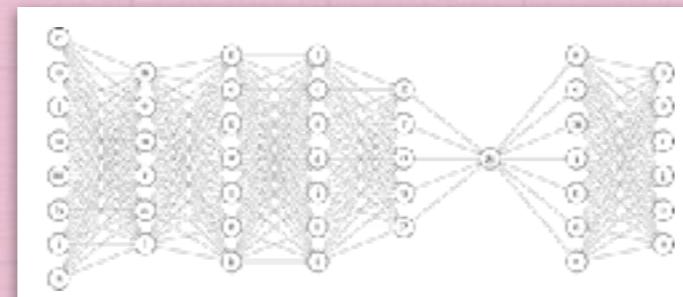
（NN）  
を準備

$$\mathbb{R}^{640 \times 480} \xrightarrow{f_p} \{\text{dog, cat}\}$$

ニューラルネット  
を訓練

Find  $p$  such that  
 $\text{label}_i \approx f_p(\text{pic}_i)$

Gradient descent,  
backpropagation で  
パラメータ（重み）を  
更新



# 演繹的形式

数学における証明と同じ  
記号化 → 計算機による支援・自動化

## 公理を準備

ワン！と鳴けば  
犬である

うちのポチは  
ワン！と鳴く  
(観察)

\* 推論規則の例：  
三段論法

$$\frac{A \quad A \supset B}{B}$$

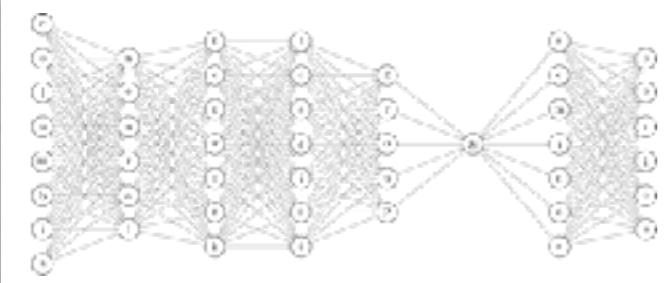
\* 演繹（証明）  
の例

1. ポチはワンと鳴く  
(公理より)
2. ワンと鳴けば犬である  
(公理より)
3. ポチは犬である  
(1, 2, 三段論法より)

\* 応用上は、すでに与えられた結論に対し、証明を探索することも多い



# 統計的機械学習 vs 演繹的形式推論



$$\frac{A \quad A \supset B}{B}$$

## 統計的機械学習

データのノイズを  
許容

保証されない

高い

データから自動で特徴量発見

低い

判断の理由はパラメータ（重み）

## 演繹的形式推論

入力の  
誤り  
結論の  
正しさ

公理は絶対  
誤りは想定せず  
論理的に保証  
(cf. 数学的証明)

スケーラ  
ビリティ

説明可  
能性

低い  
公理の準備は人力  
(cf. エキスパートシステム)

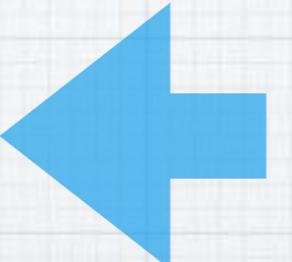
高い  
推論過程が証明として明示的



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Waymo\\_self-driving\\_car\\_front\\_view.gk.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Waymo_self-driving_car_front_view.gk.jpg)

高機能・高効率のシステムの  
設計・実装  
および  
安全性保証  
説明責任

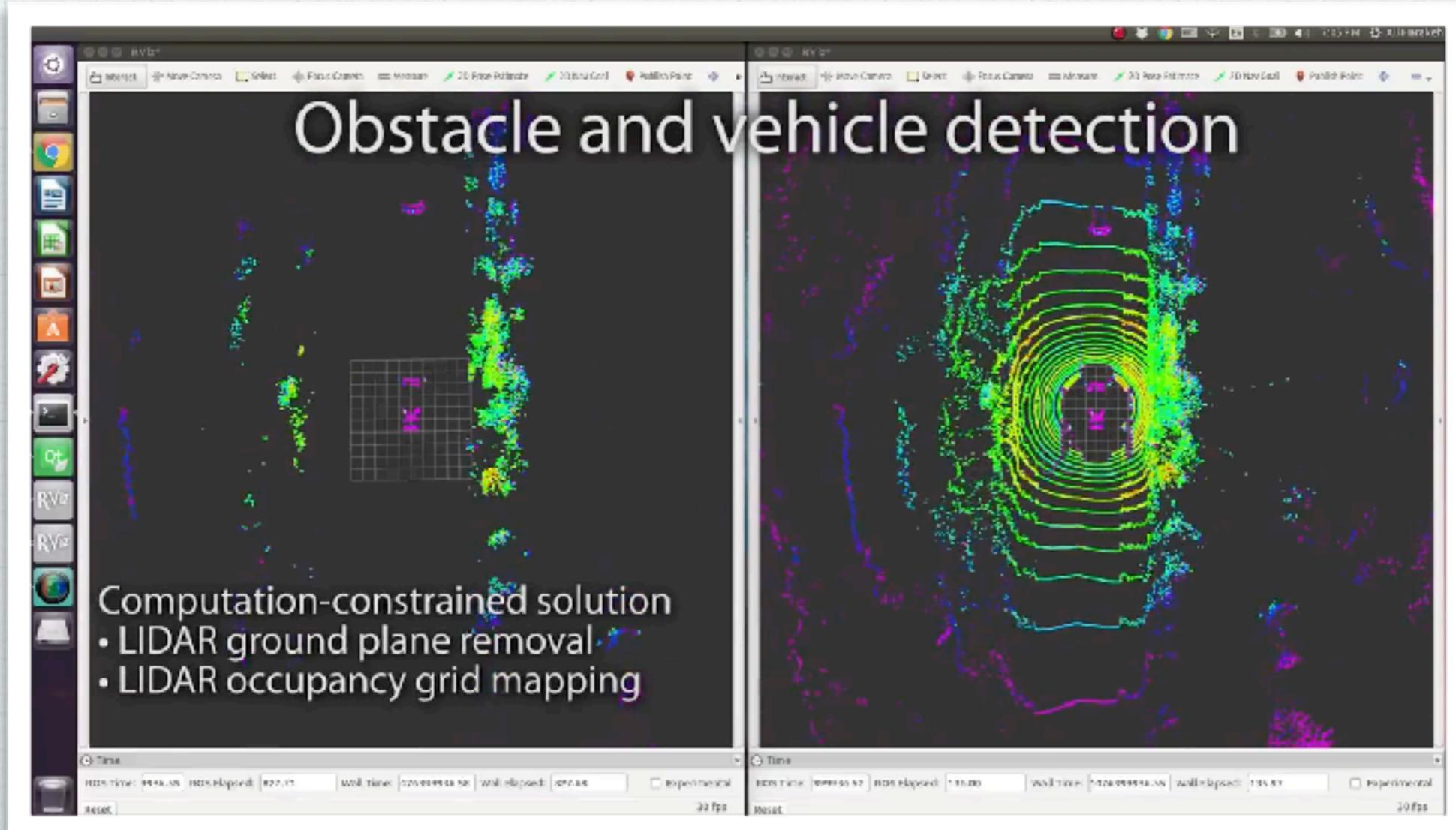
統計的機械學習  
演繹的形式推論





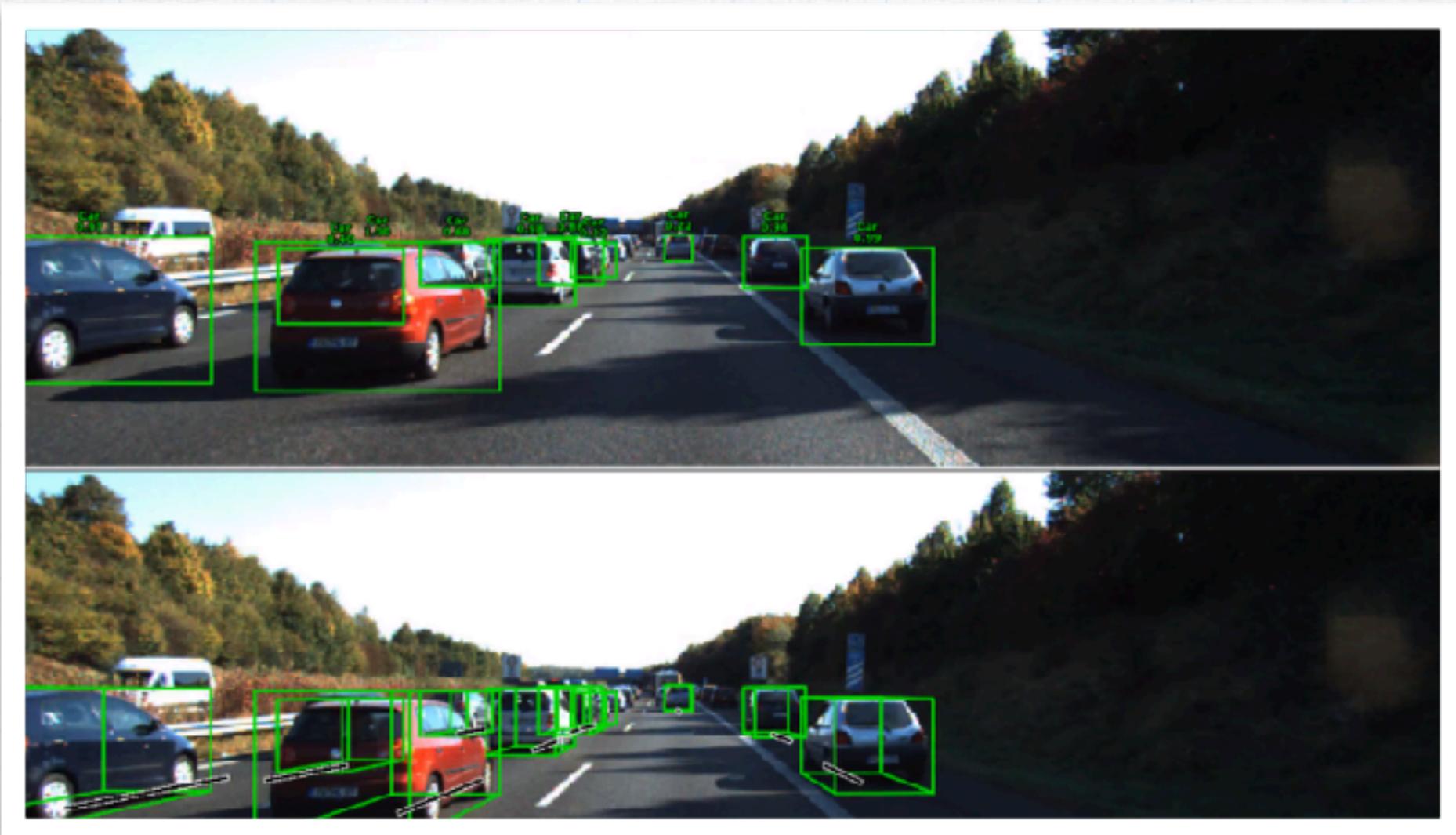
# システムの例：自動運転

\* センシング → 物体認識 → 経路計画 → 経路トレース



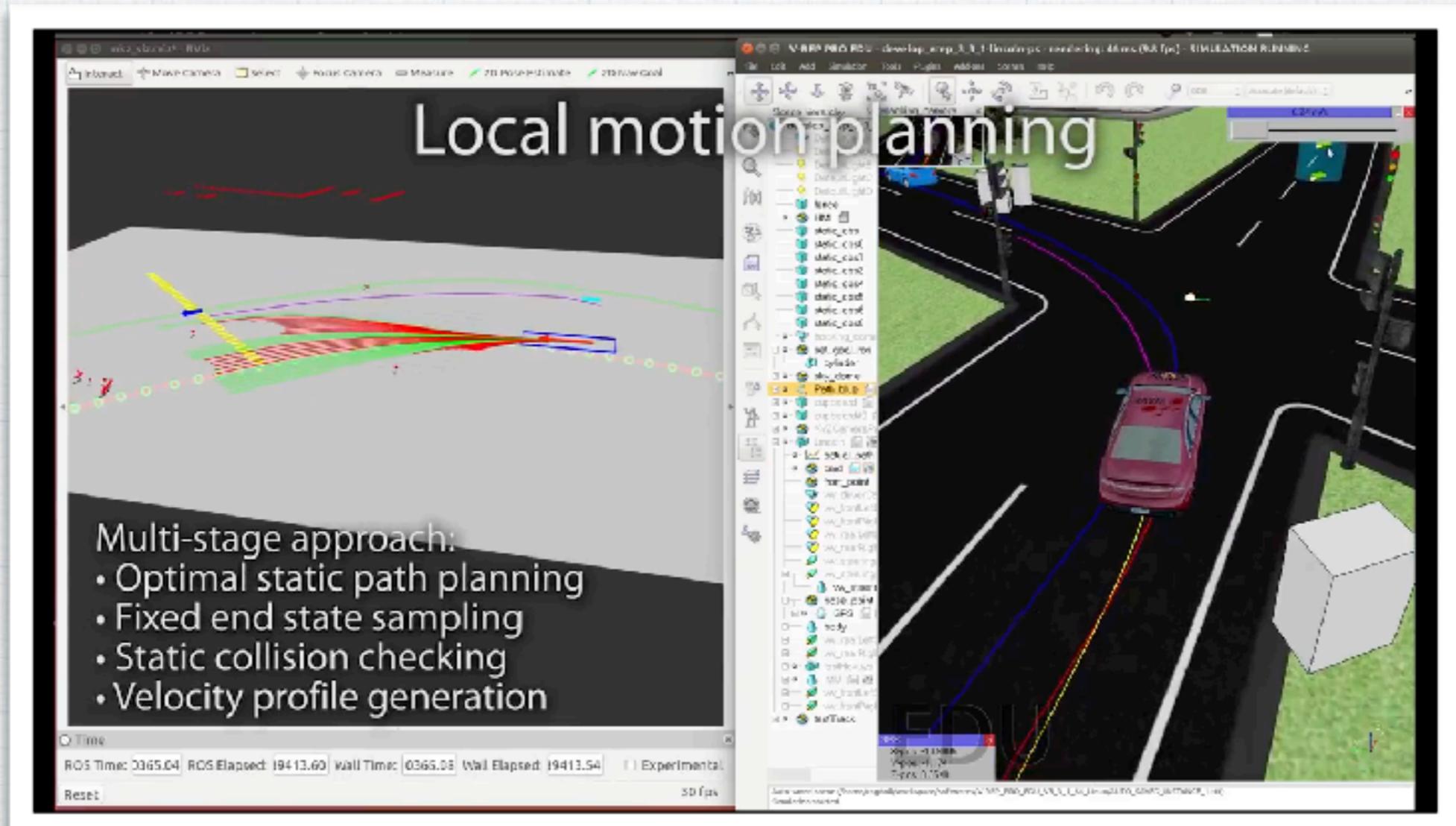
# システムの例：自動運転

- \* センシング → 物体認識 → 経路計画 → 経路ト雷斯



# システムの例：自動運転

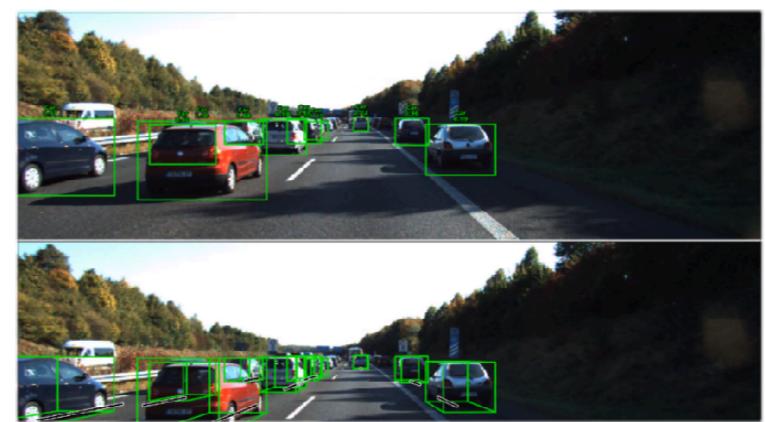
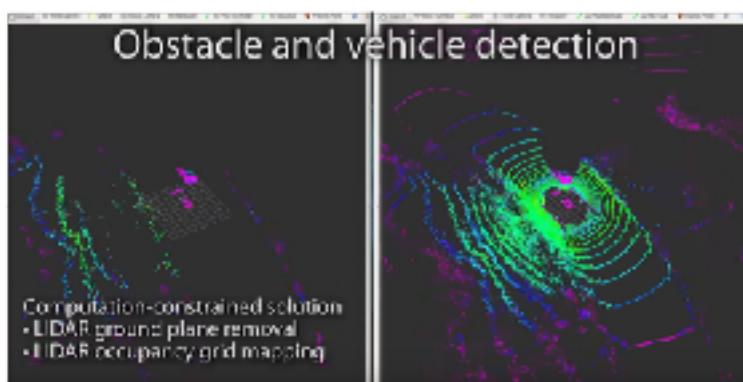
\* センシング → 物体認識 → 経路計画 → 経路トレース



# システムの例：自動運転

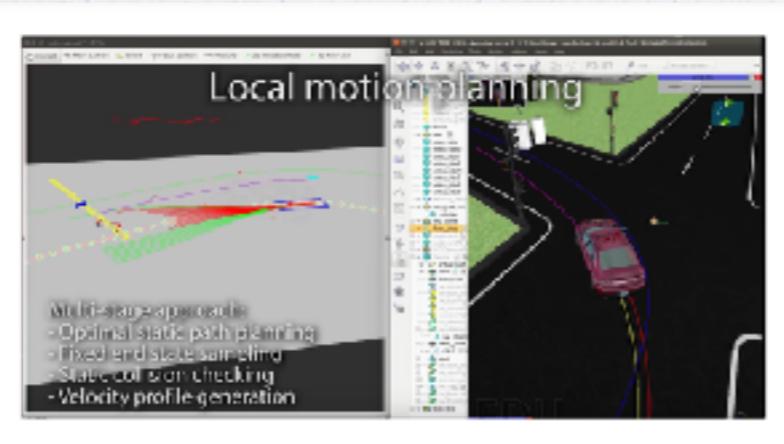
\* センシング → 物体認識 → 経路計画 → 経路トレース





センシング

物体認識



経路計画



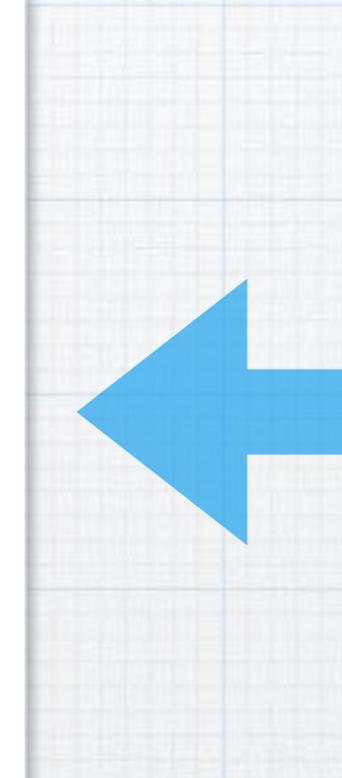
経路トレース

- \* システムの実装
- \* 統計的機械学習が各ステージで用いられる（特に物体認識）
- \* システムの解析は別の話
- \* 安全性・信頼性・品質の保証
- \* テスト（統計的保証）
- \* 演繹的形式推論が用いられる → 形式手法



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Waymo\\_self-driving\\_car\\_front\\_view.gk.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Waymo_self-driving_car_front_view.gk.jpg)

# 高機能・高効率のシステムの 設計・実装 および 安全性保証 説明責任



統計的機械学習  
演繹的形式推論

- \* システムの実装
  - \* 統計的機械学習が各ステージで用いられる（特に物体認識）
- \* システムの解析は別の話
  - \* 安全性・信頼性・品質の保証
  - \* テスト（統計的保証）
  - \* 演繹的形式推論が用いられる → 形式手法



# 統計的機械学習と演繹的形式推論

\* 協働が hot topic

## 1. Safe Learning

[Akametalu, Kaynama, Fisac, Zeilinger, Gillula & Tomlin, CDC'14]

[Zhou & Li, CAV'18] 他

## 2. ニューラルネットから 有限オートマトンを抽出

[Weiss, Goldberg & Yahav, ICML'18] 他

## 3. 統計的機械学習による証明

[Faeber, Kaliszyk & Urban, CADE'17]

[Okudono, Nishida, Kojima, Suenaga, Kido & Hasuo, APLAS'17] 他



# Safe Learning

- \* 統計的機械学習：出力は統計的
- \* 自動運転車が他車に衝突しないことの保証？  
最善を尽くしたことの説明責任？
- \* 「安全例を使って学習 → 安全」では **ない**
- \* 主なアプローチ： システムレベルでの安全性保証



論理的 “safety envelope”

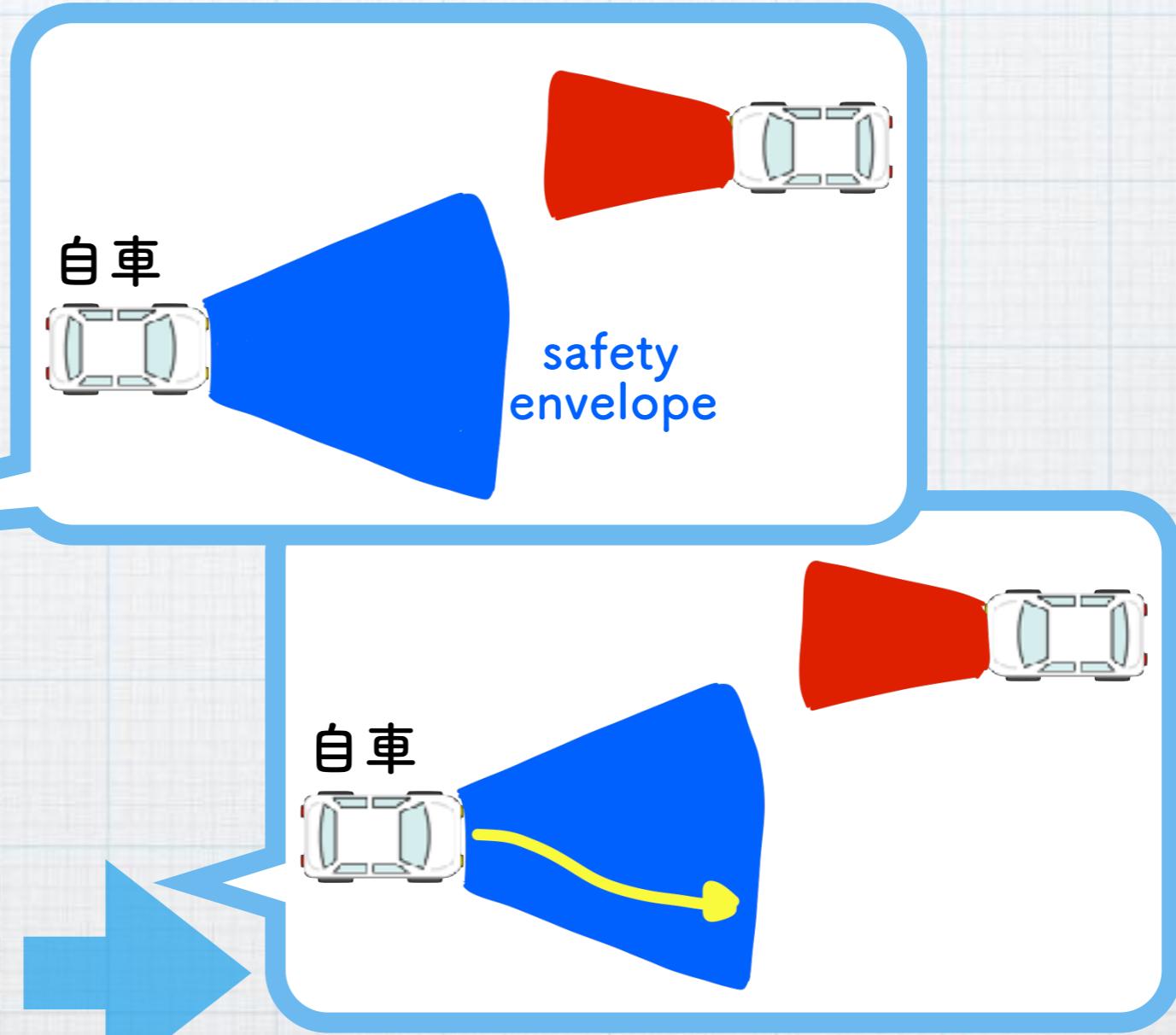
機械学習

コンポーネント

# Safe Learning: 経路計画における例

[Akametalu, Kaynama, Fisac, Zeilinger, Gillula & Tomlin, CDC'14] 他

演繹的  
可達性解析

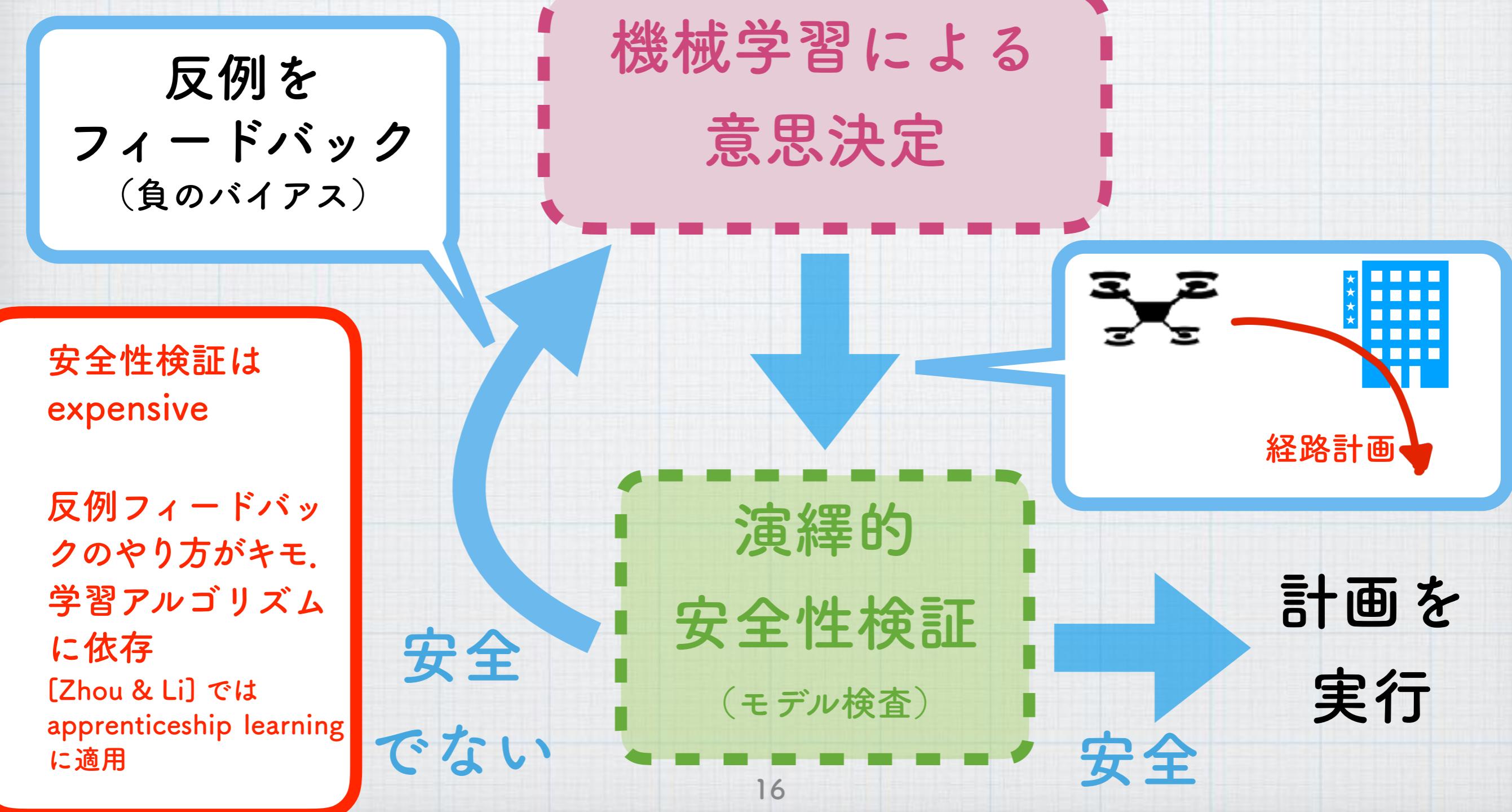


機械学習による  
経路計画

探索範囲を safety envelope に限定

# Safe Learning: 反例に基づく段階的改良

[Zhou & Li, CAV'18]



# 統計的機械学習と演繹的形式推論

\* 協働が hot topic

統計的機械学習は  
black/gray box

## 1. Safe Learning

[Akametalu, Kaynama, Fisac, Zeilinger, Gillula & Tomlin, CDC'14]

[Zhou & Li, CAV'18] 他

## 2. ニューラルネットから 有限オートマトンを抽出

統計的機械学習の  
white box 化を目指す

## 3. 統計的機械学習による証明

[Faeber, Kaliszyk & Urban, CADE'17]

[Okudono, Nishida, Kojima, Suenaga, Kido & Hasuo, APLAS'17] 他

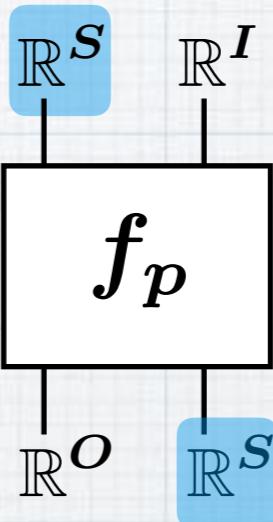


# ニューラルネットから有限オートマトンを抽出

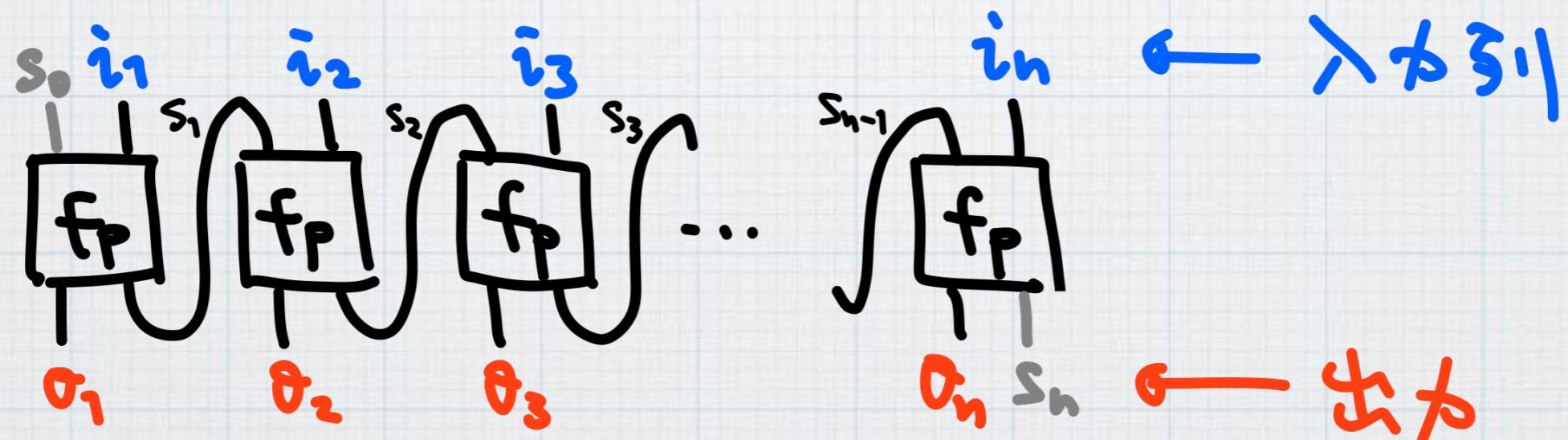
[Weiss, Goldberg & Yahav, ICML'18]

## \* Recurrent Neural Network (RNN)

$$\mathbb{R}^S \times \mathbb{R}^I \xrightarrow{f_p} \mathbb{R}^O \times \mathbb{R}^S$$



### \* 動作モード



### \* 自動翻訳などに応用



# ニューラルネットから有限オートマトンを抽出

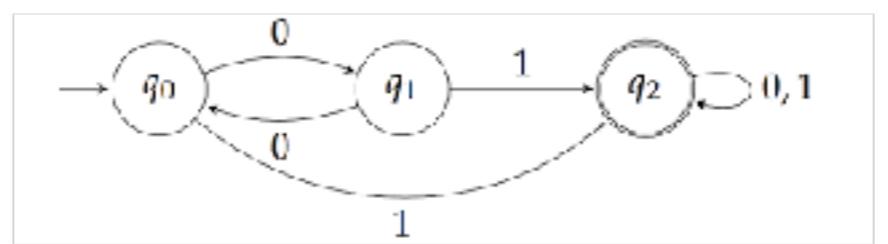
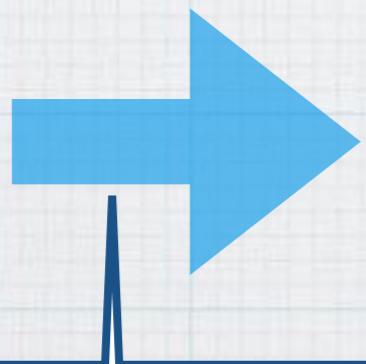
[Weiss, Goldberg & Yahav, ICML'18]

\* Recurrent Neural Network (RNN) から  
 有限オートマトンを抽出

$$\mathbb{R}^S \times \mathbb{R}^I \xrightarrow{f_p} \mathbb{R}^O \times \mathbb{R}^S$$

$$Q \times I' \xrightarrow{g} O' \times Q$$

( $Q, I', O'$  are finite set)



モデル検査など、形式手法  
 を用いて安全性検証可能、  
 「理解」可能

- \* Angluin のオートマト  
 ン学習アルゴリズム
- \* ユークリッド空間の  
 クラスタリング



# 統計的機械学習と演繹的形式推論

\* 協働が hot topic

## 1. Safe Learning

[Akametalu, Kaynama, Fisac, Zeilinger, Gillula & Tomlin, CDC'14]

[Zhou & Li, CAV'18] 他

## 2. ニューラルネットから 有限オートマトンを抽出

[Weiss, Goldberg & Yahav, ICML'18] 他

## 3. 統計的機械学習による証明

[Faeber, Kaliszyk & Urban, CADE'17]

[Okudono, Nishida, Kojima, Suenaga, Kido & Hasuo, APLAS'17] 他



# 統計的機械学習による証明

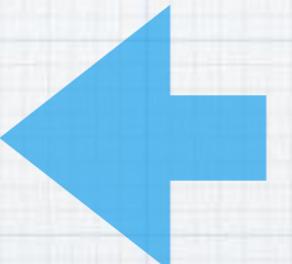
- \* 統計的機械学習の判断の不確かさ
  - 証明探索であれば話は別
- \* 「証明の候補」を統計的機械学習で発見
  - \* その正当性を演繹的に確認 → 正しさの論理的保証
- \* cf. proof search vs proof check.
  - 証明問題の採点
- \* 証明探索を強化学習により効率化
  - [Faeber, Kaliszyk & Urban, CADE'17]
- \* 数値最適化による補題（数学的帰納法の仮定）の発見
  - [Okudono, Nishida, Kojima, Suenaga, Kido & Hasuo, APLAS'17]



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Waymo\\_self-driving\\_car\\_front\\_view.gk.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Waymo_self-driving_car_front_view.gk.jpg)

高機能・高効率のシステムの  
設計・実装  
および  
安全性保証  
説明責任

統計的機械学習  
演繹的形式推論





# 機械学習＋ソフトウェア工学

- \* 情報システムの安全性・信頼性・品質保証
- \* 形式手法：演繹的形式推論,  
モデル検査・定理証明, 論理的保証
- \* テスト：統計的保証, 形式手法を用いて効率化  
→ ソフトウェア工学
- \* 機械学習システムに対してもソフトウェア工学的手法  
は有効



機械学習工学研究会

MACHINE LEARNING SYSTEMS ENGINEERING

<https://sites.google.com/view/sig-mlse/>



# 機械学習システムのための数学

統計学  
数理最適化

統計的機械学習  
の基礎

幾何学

卷論

理論計算機科学

制御理論  
力学系理論

代数学



論理学  
(数学基礎論)

システムの設計  
と理解の基礎

多様な理論の統合の  
ためのメタ理論



# プロジェクト紹介

- \* プロジェクト目標： **工業製品の設計サポート**
  - \* 形式手法をソフトウェアから物理情報システムへ
  - \* 工業製品の品質保証をサポート，省力化
- \* Challenge: 関連分野の多様性
  - \* 計算機科学，制御理論，ソフトウェア工学，機械学習，etc.
- \* 方法論： 圏論・代数学的**メタ理論**による統合
- \* > 10 名の特任教員・研究員を含む 50 名体制で理論研究を推進。
- \* 国内製造業企業（自動車関連），U Waterloo 自動運転プロジェクトと協働，社会応用
- \* 特任教員・特任研究員募集中 (-2022). <https://group-mmm.org/eratommsd/openpositions/>



論理学,

代数学, 圏論,

ERATO  
MSD

...

## Abstract Technique

$$A ::= \text{true} \mid \text{false} \mid A_1 \wedge A_2 \mid \neg A \mid a_1 < a_2 \mid \forall x \in {}^*\mathbb{N}. A \mid \forall x \in {}^*\mathbb{R}. A$$

$$\begin{array}{c} FX \xrightarrow[F\text{beh}_c]{c\uparrow} FZ \\ X \xrightarrow[\text{beh}_c]{c\uparrow} Z \end{array} \quad \begin{array}{c} FX \xrightarrow[Ff]{c\uparrow} FY \\ X \xrightarrow[f]{c\uparrow} Y \end{array}$$

↑final                                   ↑d  
system behavior                           simulation

Identify  
“mathematical  
essense”



Choose  
parameter  $e_1$

Existing Technique

$T_1 = T[e_1]$



Novel Technique

$T[e_2]$

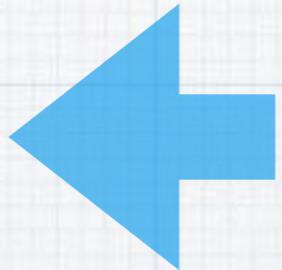


- \* 物理情報システムの多様な応用に即応
- \* 産業界（製造業）のニーズに根ざした理論展開
- \* 現代数学の抽象性から生まれる応用



# まとめ

高機能・高効率のシステムの  
設計・実装  
および  
安全性保証  
説明責任



統計的機械学習  
演繹的形式推論

- \* 両者の協働は不可欠。協働の仕方は多様かつ発展途上
- \* 論理学（数学基礎論）の役割、統計的手法への歩み寄り
- \* 自動運転など、社会からの要請は大  
→ 応用を軸にした数学諸分野（および周辺分野）の協働の  
必要性と可能性
- \* 圏論・代数学は協働のためのメタ理論



# 予備スライド

# 独自の方法論： メタ理論による移転

理論拡張のプロセス  
自体を理論的に解析



$$\dots T + e \rightarrow T[e]$$

の包括的な一般論を構築

(さまざまな  $T$  と  $e$  に一挙に適用可能)

メタ理論家

論理学,  
代数学, 圏論,  
...

$$T_1 + e_1 \rightarrow T_1[e_1]$$

$$T_2 + e_2 \rightarrow T_2[e_2]$$

$$T_3 + e_3 \rightarrow T_3[e_3]$$

⋮

⋮

⋮

ソフトウェアの  
ための形式手法

新たな関心事  
連続量, 不確かさ, ...

物理情報システム  
のための形式手法



論理学,

代数学, 圏論,

ERATO  
MSD

...

## Abstract Technique

$$A ::= \text{true} \mid \text{false} \mid A_1 \wedge A_2 \mid \neg A \mid a_1 < a_2 \mid \forall x \in {}^*\mathbb{N}. A \mid \forall x \in {}^*\mathbb{R}. A$$

$$\begin{array}{c} FX \xrightarrow[F\text{beh}_c]{c\uparrow} FZ \\ X \xrightarrow[\text{beh}_c]{c\uparrow} Z \end{array} \quad \begin{array}{c} FX \xrightarrow[Ff]{c\uparrow} FY \\ X \xrightarrow[f]{c\uparrow} Y \end{array}$$

↑final                                   ↑d  
system behavior                           simulation

Identify  
“mathematical  
essense”



Choose  
parameter  $e_1$

Existing Technique

$T_1 = T[e_1]$



Novel Technique

$T[e_2]$



- \* 物理情報システムの多様な応用に即応
- \* 産業界（製造業）のニーズに根ざした理論展開
- \* 現代数学の抽象性から生まれる応用