はしごを登る：
プログラムの観測緻密化・観測効率化への
新しいアプローチ

室屋 晃子

(京都大学 数理解析研究所)

お茶の水女子大学浅井研セミナー, 18 March 2024

自己紹介

室屋晃子（むろやこうこ）

- 京都大学 数理解析研究所 助教 (2018.4–)
- ← 🇬🇧バーミンガム大学 コンピュータ科学専攻 博士課程 (2016.4–2020.7)
- ← 東京大学大学院 情報理工学系研究科コンピュータ科学専攻 修士課程 (2014.4–2016.3)
- ← 東京大学 情報科学科 ← 理科一類 (2010.4–2014.3)

自己紹介

室屋晃子（むろやこうこ）

- プログラム意味論
  - プログラム実行の数理モデリング
  - プログラムの振る舞いの形式的な比較

プログラムの振る舞いの形式的な比較

- プログラムの**観測緻密化** (observational refinement) を数学的に証明する

  - u が t の**観測緻密化**である

    $\iff$ あらゆる文脈 C に対して、プログラム $C[t]$ の全ての振る舞いは

    プログラム $C[u]$ で再現できる

  - 例：
    ```
    let x = 1 in
    let y = 3 in
    y + y
    ```
    の**観測緻密化**は
    ```
    3 + 3
    ```
    である

プログラムの振る舞いの形式的な比較

- プログラムの**観測効率化** (observational improvement) を数学的に証明する

  - u が t の**観測効率化**である

    $\Longleftrightarrow$ あらゆる文脈 C に対して、プログラム $C[t]$ の全ての振る舞いは

    より効率的にプログラム $C[u]$ で再現できる

  - 例：
```
  let x = 1 in
  let y = 3 in
  y + y
```
の**観測効率化**は
```
3 + 3
```
である

プログラムの振る舞いの形式的な比較

- プログラムの**観測効率化** (observational improvement) を数学的に証明する

  - u が t の**観測効率化**である

    $\Longleftrightarrow$ あらゆる文脈 C に対して、プログラム $C[t]$ の全ての振る舞いは

    より効率的にプログラム $C[u]$ で再現できる

  - 例：

```
let x = 1 in
let y = 3 in
y + y
```

の**観測効率化**は

```
3 + 3
```

である

証明のためには「振る舞い」や「効率」の定義が必要

自己紹介

室屋晃子（むろやこうこ）

- プログラム意味論
  - プログラム実行の数理モデリング
  - プログラムの振る舞いの形式的な比較

プログラム実行の数理モデリング

- いわゆる操作的意味論
- （関数型）プログラムの**振る舞い**

$\iff$ **評価ステップ**の列

$\iff \ldots$

プログラム実行の数理モデリング

- いわゆる操作的意味論
- （関数型）プログラムの**振る舞い**

$\Longleftrightarrow$ **評価ステップ**の列

$\Longleftrightarrow$ 評価文脈を用いた項書き換えの列

- 例：`(fun x -> x + x) (1 + 2)` → `(fun x -> x + x) 3` → `3 + 3` → `6`

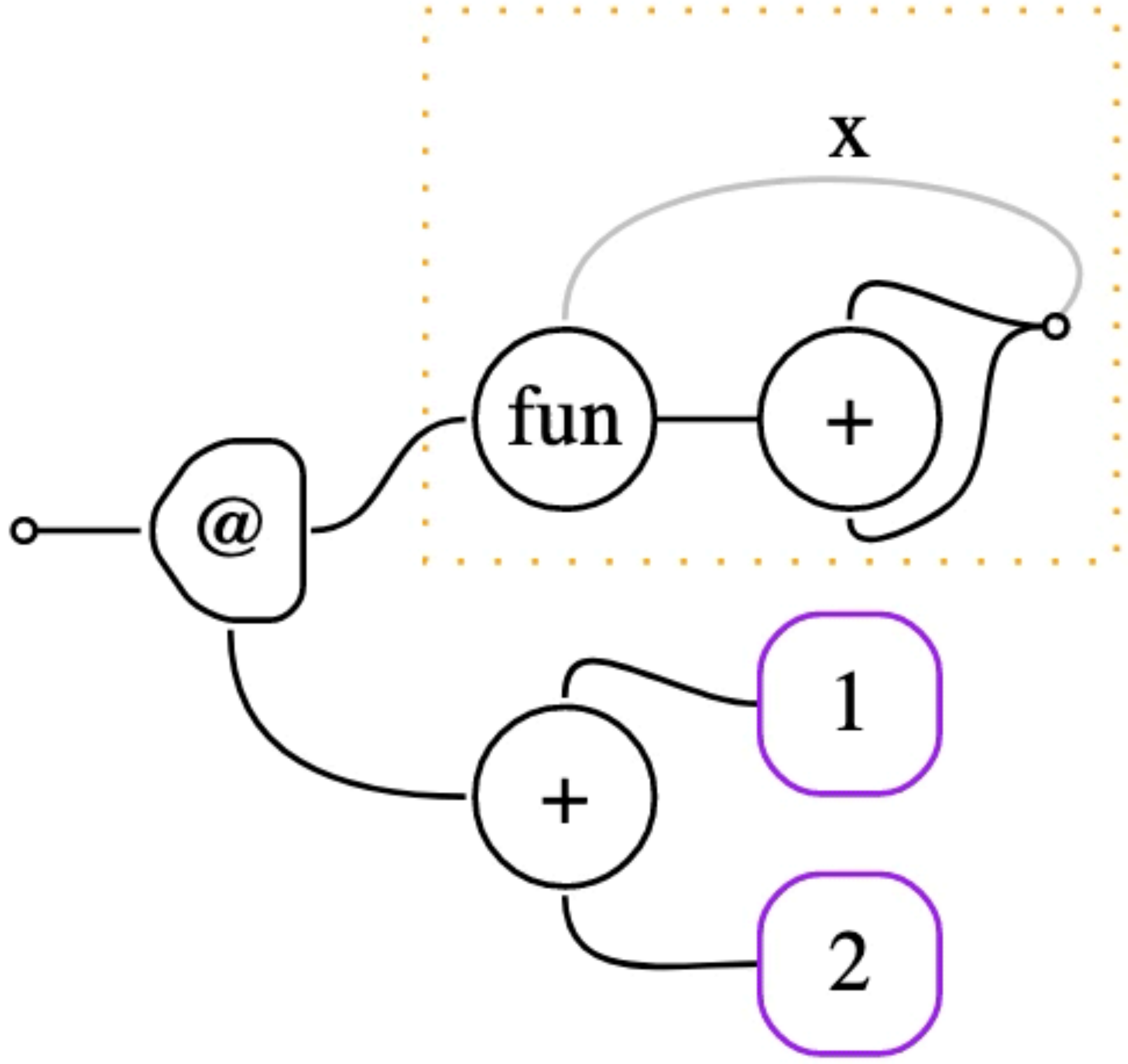
プログラム実行の数理モデリング

- いわゆる操作的意味論
- （関数型）プログラムの**振る舞い**

$\Longleftrightarrow$ **評価ステップ**の列

$\Longleftrightarrow$ トークンを用いたグラフ書き換えの列

  - 例： https://fyp.jackhughesweb.com/



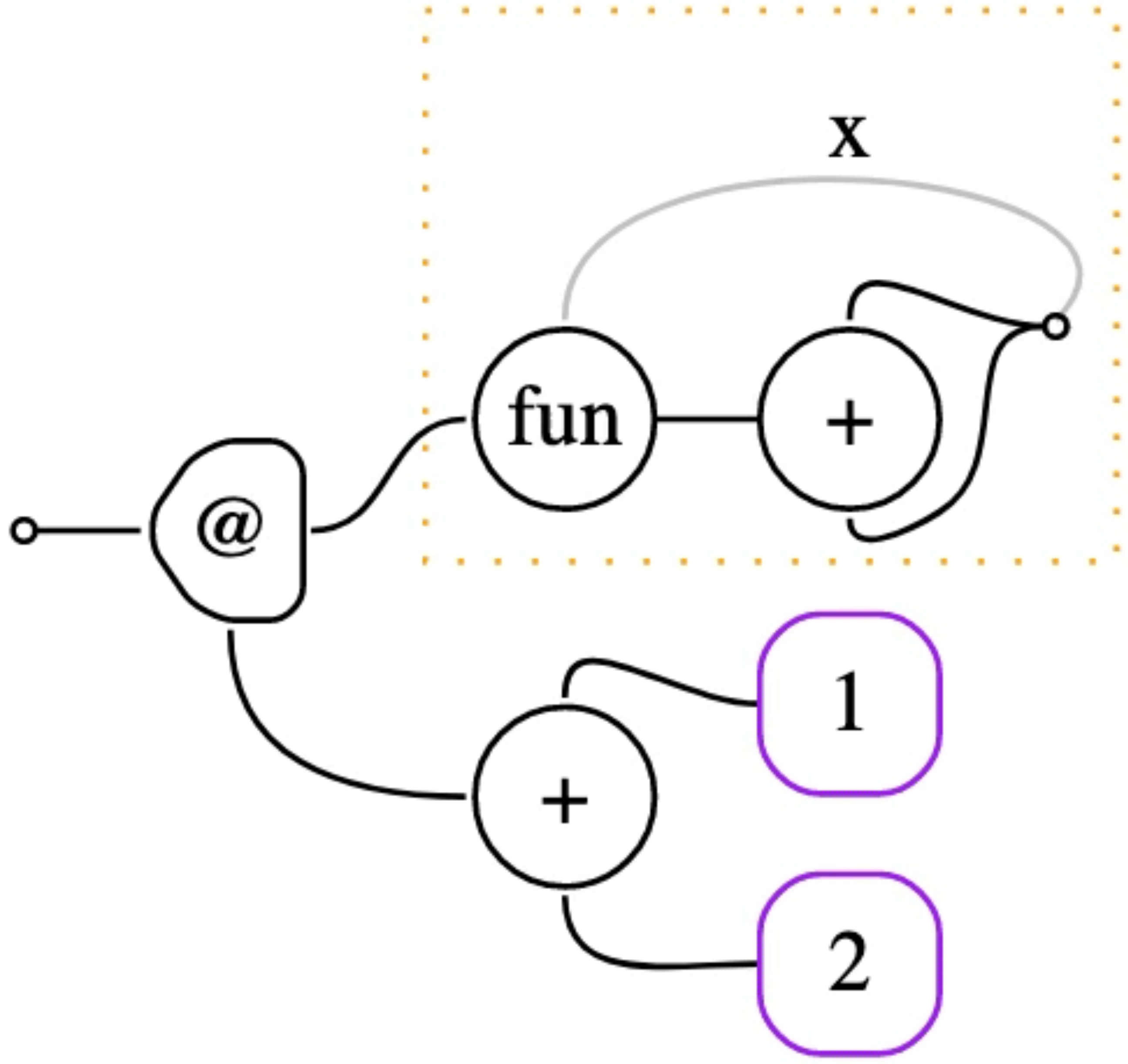
プログラム実行の数理モデリング

- いわゆる操作的意味論
- （関数型）プログラムの**振る舞い**

⟺ **評価ステップ**の列

⟺ トークンを用いたグラフ書き換えの列

  - 例： https://fyp.jackhughesweb.com/



プログラムの観測効率化の証明

- プログラムの**評価ステップ**が定義できると、証明可能になる

- u が t の**観測効率化**である

$\Longleftrightarrow$ あらゆる文脈 C に対して、プログラム $C[t]$ の全ての振る舞いは

より効率的にプログラム $C[u]$ で再現できる

プログラムの観測効率化の証明

- プログラムの**評価ステップ**が定義できると、証明可能になる

- u が t の**観測効率化**である

$\iff$ あらゆる文脈 C に対して、プログラム $C[t]$ が <u>k ステップで値 v になる</u>

ならば、プログラム $C[u]$ は <u>$l \leq k$ となる l ステップで同じ値 v になる</u>

プログラムの観測効率化の証明

- プログラムの**評価ステップ**が定義できると、証明可能になる
- u が t の**観測効率化**である

  $\iff$ あらゆる文脈 C に対して、プログラム $C[t]$ が $\underline{k\ \text{ステップで値}\ v\ \text{になる}}$

  ならば、プログラム $C[u]$ は $\underline{l \leq k\ \text{となる}\ l\ \text{ステップで同じ値}\ v\ \text{になる}}$
- ナイーブには、とても大変
  - あらゆる文脈 C を調べる必要
  - 評価ステップの列の全体を比べる必要

プログラムの観測効率化の証明

- プログラムの**評価ステップ**が定義できると、証明可能になる

- u が t の**観測効率化**である

  $\iff$ あらゆる文脈 C に対して、プログラム $C[t]$ が $\underline{k\text{ ステップで値 } v \text{ になる}}$

  ならば、プログラム $C[u]$ は $\underline{l \leq k \text{ となる } l \text{ ステップで同じ値 } v \text{ になる}}$

- 有名な証明技法： logical relation [Plotkin '73], applicative bisimulation [Abramsky '90]
  - 主に観測緻密化が対象

プログラムの観測効率化の証明

- プログラムの**評価ステップ**が定義できると、証明可能になる

- u が t の**観測効率化**である

  $\Longleftrightarrow$ あらゆる文脈 C に対して、プログラム $C[t]$ が k ステップで値 v になる

  ならば、プログラム $C[u]$ は $l \leq k$ となる l ステップで同じ値 v になる

- 新しいアプローチ：「**はしごを登る**」
  - 左足：評価ステップの列を数ステップずつに分割する
  - 右足：評価ステップを数ステップずつ比較する

評価ステップの定義
に立ち入らない

評価ステップの定義
を解析する

はしごの左足：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ → の定義には立ち入らない

- 模倣 ⇒ を用いて分割する

$$
\begin{array}{ccccccccc}
C[t] & \to & \to & \to & \cdots\cdots & \to & v & & (k\text{ ステップ}) \\
\Downarrow & & \Downarrow & \Swarrow & \Swarrow & & \| & & \\
C[u] & \to & \to & \to & \cdots & \to & v & & (l \leq k\text{ となる }l\text{ ステップ})
\end{array}
$$

- 定理 [M. '20] 評価ステップが決定的なとき、上のような模倣が存在するならば

  u が t の観測効率化である

Muroya (RIMS, Kyoto U.)

はしごの左足：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ $\to$ の定義には立ち入らない
- 模倣 $\Rightarrow$ を用いて分割する

$$\begin{array}{ll} p \to & \to^{k} p' \\ \Downarrow & \Swarrow \\ q \to^{l} q' & \qquad (l \le k) \end{array}$$

- 定理 [M. '20] 評価ステップが決定的なとき、上のような模倣が存在して$C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば

  u が t の観測効率化である

はしごの左足：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ $\to$ の定義には立ち入らない

- 模倣 $\Rrightarrow$ を用いて分割する

$$
\begin{array}{ccc}
p \to & \to^{k} p' & \\
\Downarrow & \swarrow\!\!\!\swarrow & \\
q \to^{l} q' & & (l \leq k)
\end{array}
$$

- <u>定理 [M. '20]</u> 評価ステップが決定的なとき、上のような模倣が存在して$C[t] \Rrightarrow C[u]$ ならば

  u が t の観測効率化である

どのように構成するか？

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

$$
\begin{array}{lll}
p \to \; \to^{k} p' & & \\
\Downarrow \quad\quad \not\Downarrow & & \\
q \to^{l} q' & & (l \leq k)
\end{array}
$$

- 評価ステップ $\to$ と模倣 $\Rightarrow$ が上を満たすための条件を求める

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

$$\begin{array}{lll} p \to & \to^{k} p' & \\ \Downarrow & \not\Downarrow & \\ q \to^{l} q' & & (l \leq k) \end{array}$$

- 評価ステップ $\to$ と模倣 $\Rightarrow$ が上を満たすための条件を求める
    - $\to$：書き換えルールを評価文脈の中で適用
    - $\Rightarrow$：書き換えルールをあらゆる文脈の中で適用

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

$$
\begin{array}{ccc}
p \to & \to^{k} p' & \\
\Downarrow & \Downarrow & \\
q \to^{l} q' & & (l \leq k)
\end{array}
$$

- 評価ステップ → と模倣 ⇒ が上を満たすための条件を求める
  - → ：書き換えルールを評価文脈の中で適用
  - ⇒ ：書き換えルールをあらゆる文脈の中で適用

$$
\boxed{
\begin{array}{l}
E[\underline{n} + \underline{m}] \to E[\underline{n + m}] \\
C[\underline{0} + \underline{m}] \Rightarrow C[\underline{m}] \\
C[\underline{n} + \underline{m}] \Rightarrow C[\underline{m} + \underline{n}]
\end{array}
}
$$

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

$$
\begin{array}{ccc}
p & \to \quad \to^k & p' \\
\Downarrow & & \Downarrow\!\!\!\!/ \\
q & \to^l & q' \qquad (l \leq k)
\end{array}
$$

- 評価ステップ $\to$ と模倣 $\Rightarrow$ が上を満たすための条件を求める
  - $\to$ ：書き換えルールを評価文脈の中で適用
  - $\Rightarrow$ ：書き換えルールをあらゆる文脈の中で適用

$$E[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to E[t\{v/x\}]$$

$$C[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to C[t\{v/x\}]$$

$$C[\lambda x\,.\,v\ x] \Rightarrow C[v]$$

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

$$
\begin{array}{lll}
p \to & \to^{k} p' & \\
\Downarrow & \Downarrow & \\
q \to^{l} q' & & (l \leq k)
\end{array}
$$

$E[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to E[t\{v/x\}]$

$C[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to C[t\{v/x\}]$

$C[\lambda x\,.\,v\ x] \Rightarrow C[v]$

- 項評価系 $(\mathscr{E}, Ectx, \mathscr{R})$ を用いる
  - $\to$：書き換えルール $\in \mathscr{E}$ を評価文脈 $\in Ectx$ の中で適用
  - $\Rightarrow$：書き換えルール $\in \mathscr{R}$ をあらゆる文脈の中で適用

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

$$
\begin{array}{ccc}
p \to & \to^{k} p' & \\
\Downarrow & \not\Downarrow & \\
q \to^{l} q' & & (l \leq k)
\end{array}
$$

$$
\boxed{
\begin{array}{l}
E[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to E[t\{v/x\}] \\
C[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to C[t\{v/x\}] \\
C[\lambda x\,.\,v\ x] \Rightarrow C[v]
\end{array}
}
$$

- 項評価系 $(\mathscr{E}, Ectx, \mathscr{R})$ を用いる

- 定理 [M&H. '24] 「良い」項評価系において、全ての p, q に対して上が成り立ち

$$C[t] \Rightarrow C[u] \text{ ならば、} u \text{ が } t \text{ の観測効率化である}$$

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

- 評価ステップ $\to$ が決定的
- 模倣 $\Rightarrow$ が評価結果を保つ
- 模倣 $\Rightarrow$ が評価文脈 $\in Ectx$ を保つ
- 書き換えルール $\in \mathscr{E}, \mathscr{R}$ が線形である

- 項評価系 $(\mathscr{E}, Ectx, \mathscr{R})$ を

- 定理 [M&H. '24] 「良い」項評価系において、全ての $\Leftarrow \to$ 分岐が合流して

$C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば、u が t の観測効率化である

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

例：

- 値呼びラムダ計算
- エフェクトハンドラ (shallow handling)

- 項評価系 $(\mathscr{E}, Ectx, \mathscr{R})$ を

- 定理 [M&H. '24] 「良い」項評価系において、全ての $\Leftarrow \rightarrow$ 分岐が合流して

$$C[t] \Rightarrow C[u] \text{ ならば、} u \text{ が } t \text{ の観測効率化である}$$

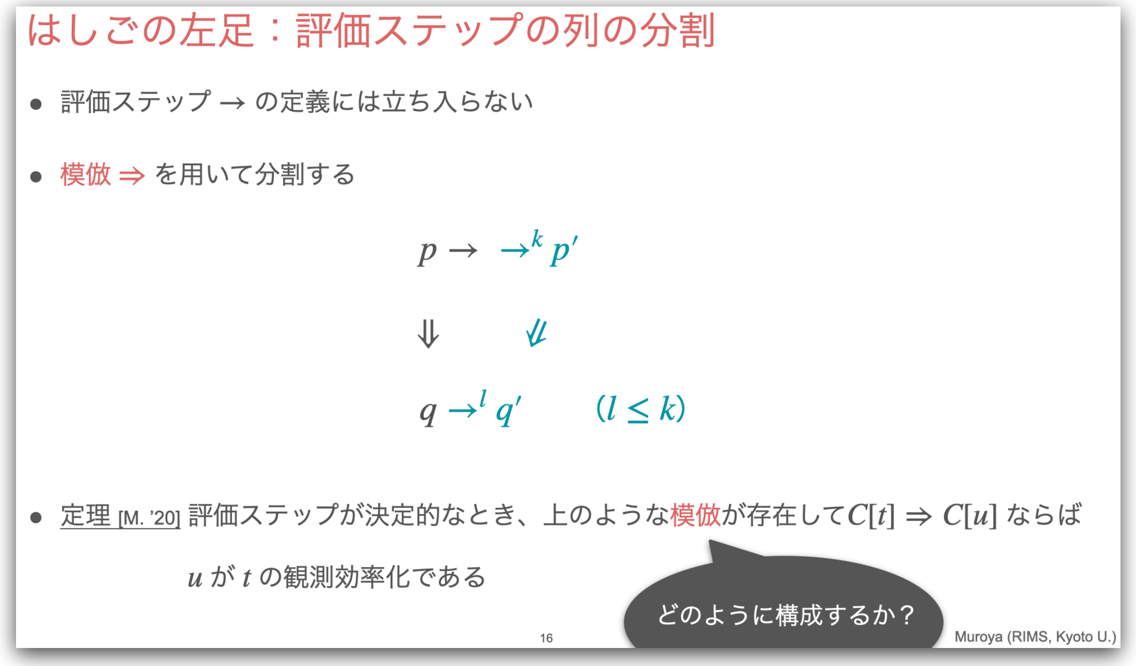
プログラムの観測効率化の証明

- プログラムの**評価ステップ**が定義できると、証明可能になる

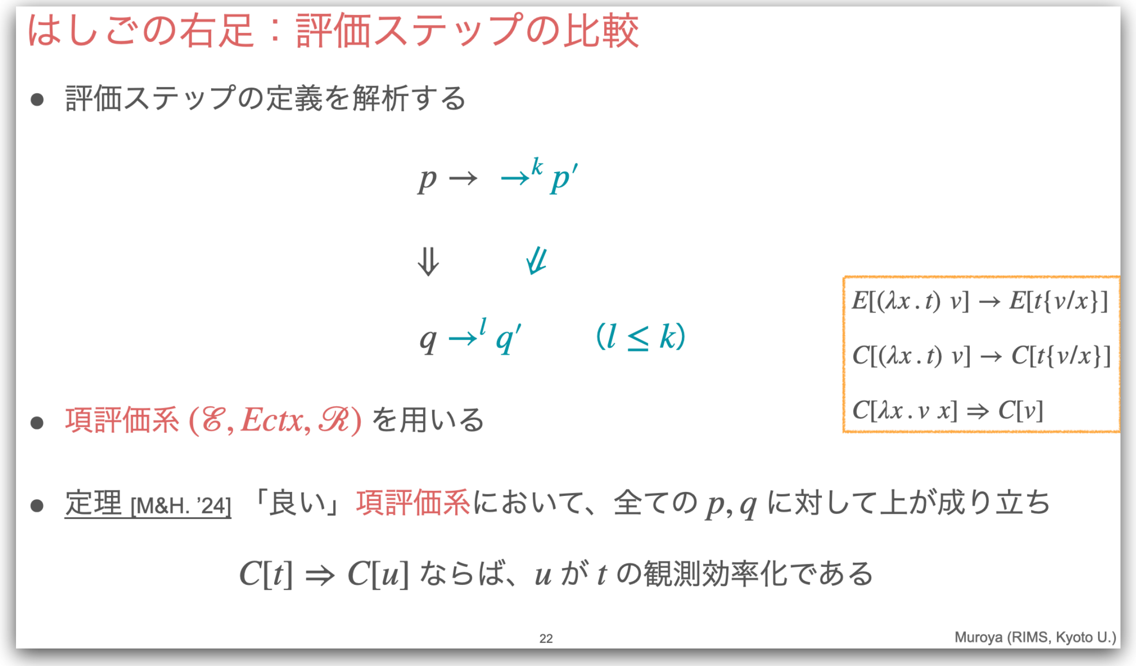
- u が t の**観測効率化**である

$\iff$ あらゆる文脈 C に対して、プログラム $C[t]$ が <u>k ステップで値 v になる</u>

ならば、プログラム $C[u]$ は <u>$l \leq k$ となる l ステップで同じ値 v になる</u>



- 新しいアプローチ：「**はしごを登る**」
  - 左足：評価ステップの列を数ステップずつに分割する
  - 右足：評価ステップを数ステップずつ比較する



はしごを登る

- 確率
- 非決定性・入出力
- 参照・継続
- 不停止
- 純粋

はしごの左足：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ → の定義には立ち入らない
- 模倣 ⇒ を用いて分割する

$$\begin{array}{ccc} p \to & \to^k p' & \\ \Downarrow & \Downarrow & \\ q \to^l q' & & (l \leq k) \end{array}$$

- 定理 [M. '20] 評価ステップが決定的なとき、上のような模倣が存在して $C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば u が t の観測効率化である

どのように構成するか？

16 Muroya (RIMS, Kyoto U.)

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

$$\begin{array}{ccc} p \to & \to^k p' & \\ \Downarrow & \Downarrow & \\ q \to^l q' & & (l \leq k) \end{array}$$

$E[(\lambda x.t)\ v] \to E[t\{v/x\}]$

$C[(\lambda x.t)\ v] \to C[t\{v/x\}]$

$C[\lambda x.v\ x] \Rightarrow C[v]$

- 項評価系 $(\mathscr{E}, Ectx, \mathscr{R})$ を用いる
- 定理 [M&H. '24] 「良い」項評価系において、全ての p, q に対して上が成り立ち

$C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば、u が t の観測効率化である

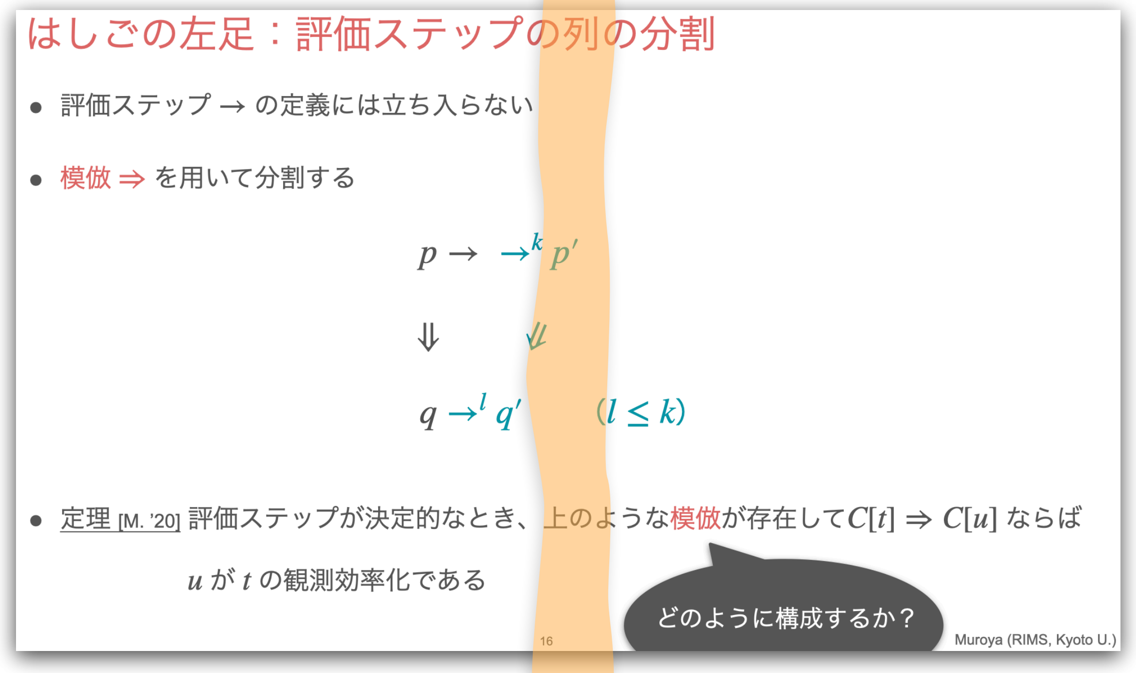
22 Muroya (RIMS, Kyoto U.)

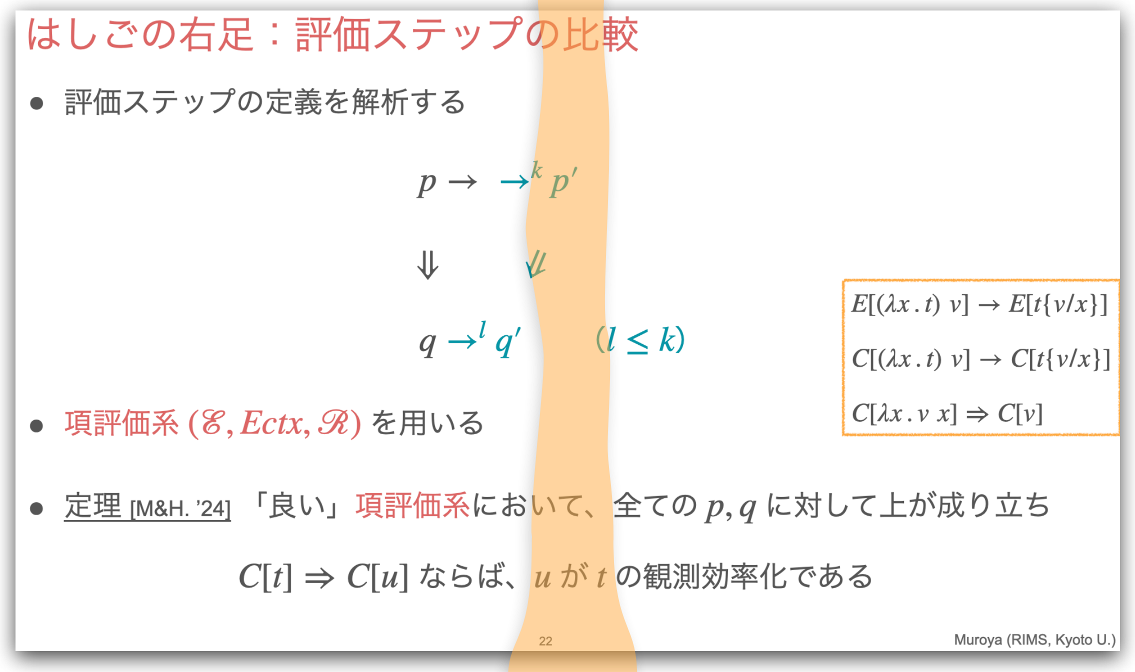
左足：
評価ステップの列の分割

右足：
評価ステップの比較

はしごを登る

- 確率
- 非決定性・入出力
- 参照・継続
- 不停止
- 純粋



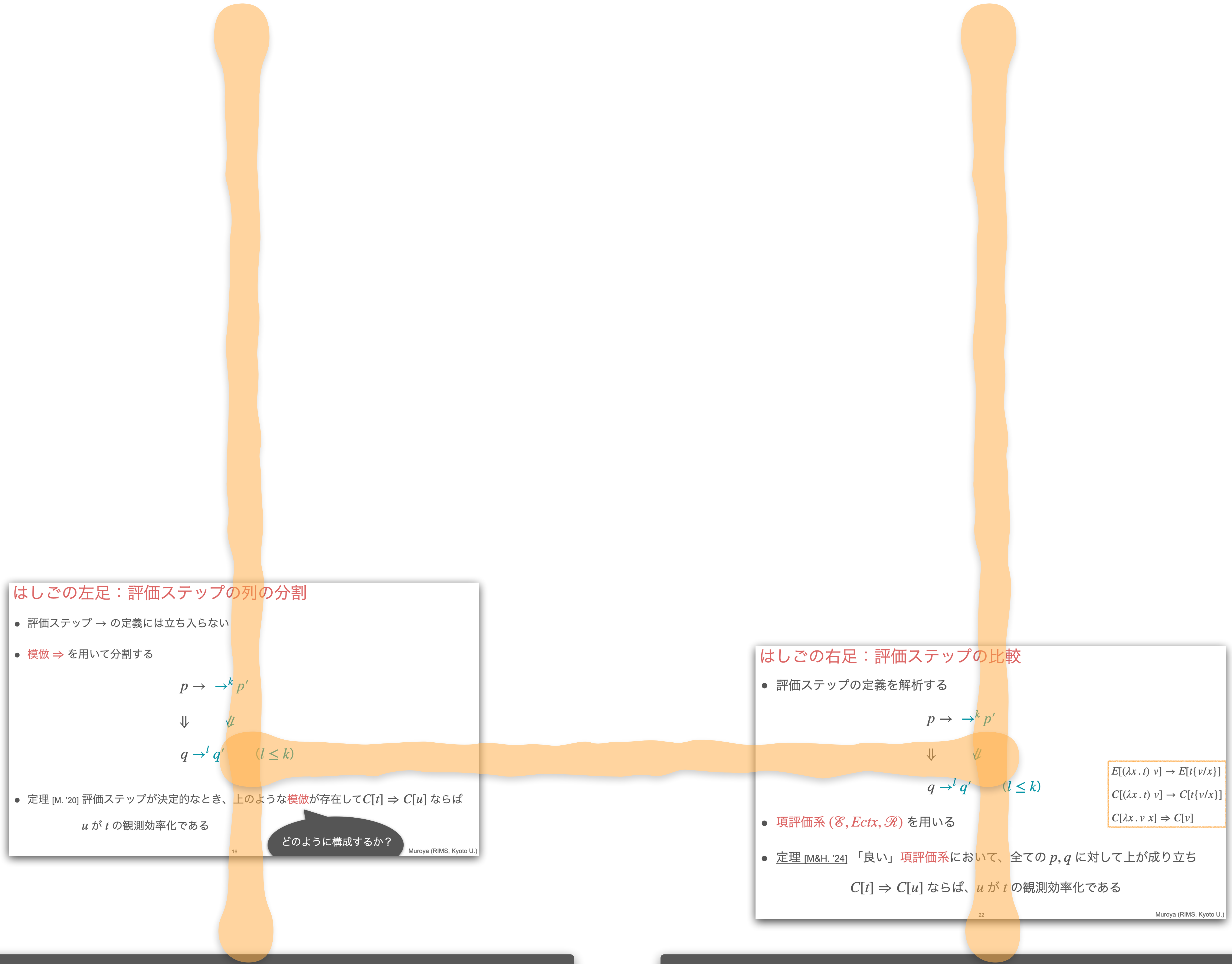


左足：
評価ステップの列の分割

右足：
評価ステップの比較

はしごを登る

- 確率
- 非決定性・入出力
- 参照・継続
- 不停止
- 純粋



左足：
評価ステップの列の分割

右足：
評価ステップの比較

はしごの左足（2歩目）：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ → の定義には立ち入らない

- 模倣 ⇒ を用いて分割する

$$
\begin{array}{ccccc}
p & \to^{k} & p'' & \to^{M-k} & p' \\
\Downarrow & & \Downarrow & & \\
q & \to^{l} & q' & & (l \le k)
\end{array}
$$

- 定理 [M&S&U. '20] 評価ステップが**非決定的**なとき、上のような模倣が存在して$C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば

  u が t の観測効率化である

はしごを登る

- 確率
- 非決定性・入出力
- 参照・継続
- 不停止
- 純粋

はしごの左足（2歩目）：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ → の定義には立ち入らない
- 模倣 ⇒ を用いて分割する

$$p \to^{k} p'' \to^{M-k} p'$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

$$q \to^{l} q' \qquad (l \leq k)$$

- 定理 [M. '20] 評価ステップが非決定的なとき、上のような模倣が存在して$C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば u が t の観測効率化である

27 Muroya (RIMS, Kyoto U.)

はしごの左足：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ → の定義には立ち入らない
- 模倣 ⇒ を用いて分割する

$$p \to \ \to^{k} p'$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

$$q \to^{l} q' \qquad (l \leq k)$$

- 定理 [M. '20] 評価ステップが決定的なとき、上のような模倣が存在して$C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば u が t の観測効率化である

どのように構成するか？

16 Muroya (RIMS, Kyoto U.)

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

$$p \to \ \to^{k} p'$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

$$q \to^{l} q' \qquad (l \leq k)$$

$E[(\lambda x . t)\ v] \to E[t\{v/x\}]$

$C[(\lambda x . t)\ v] \to C[t\{v/x\}]$

$C[\lambda x . v\ x] \Rightarrow C[v]$

- 項評価系 $(\mathscr{E}, Ectx, \mathscr{R})$ を用いる
- 定理 [M&H. '24] 「良い」項評価系において、全ての p, q に対して上が成り立ち

$C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば、u が t の観測効率化である

22 Muroya (RIMS, Kyoto U.)

左足：
評価ステップの列の分割

右足：
評価ステップの比較

はしごを登る

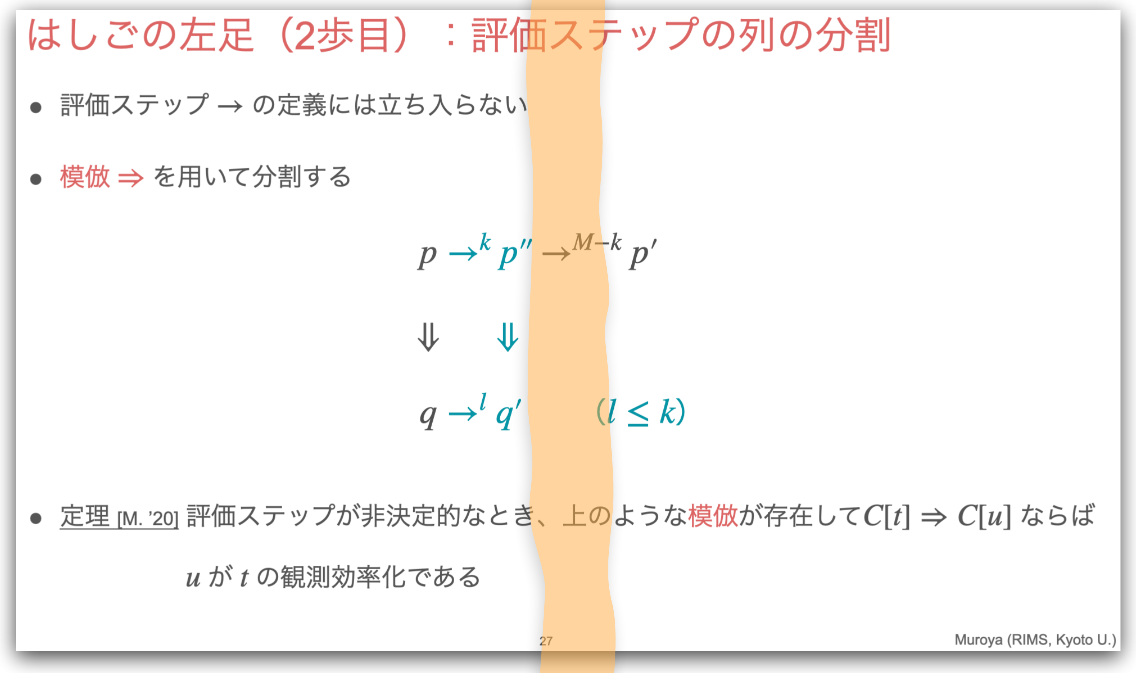
確率

非決定性・入出力

参照・継続

不停止

純粋



はしごの左足（2歩目）：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ $\to$ の定義には立ち入らない
- 模倣 $\Rightarrow$ を用いて分割する

$$p \to^k p'' \to^{M-k} p'$$

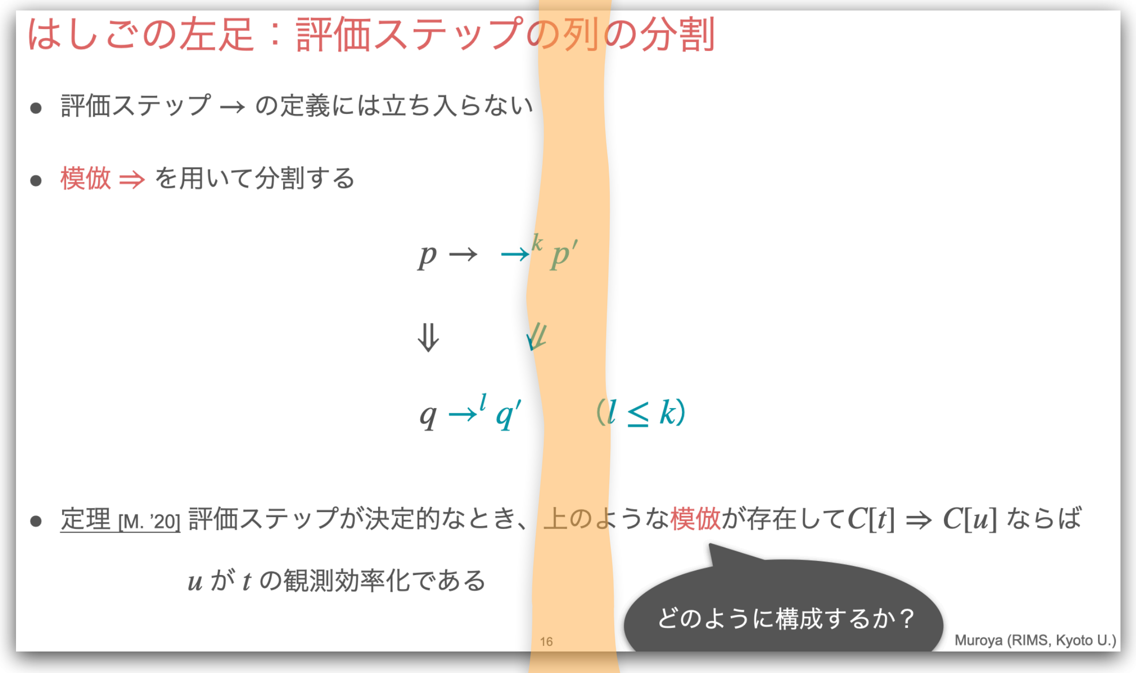
$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

$$q \to^l q' \qquad (l \leq k)$$

- 定理 [M. '20] 評価ステップが非決定的なとき、上のような模倣が存在して$C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば

  u が t の観測効率化である

27 Muroya (RIMS, Kyoto U.)



はしごの左足：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ $\to$ の定義には立ち入らない
- 模倣 $\Rightarrow$ を用いて分割する

$$p \to \ \to^k p'$$

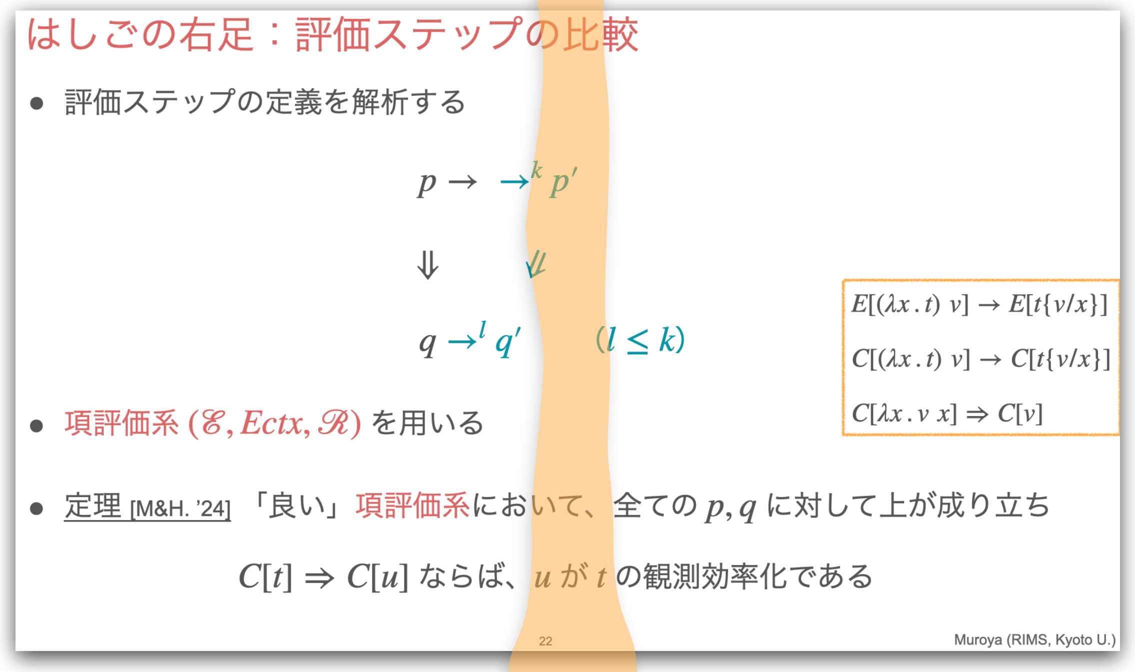
$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

$$q \to^l q' \qquad (l \leq k)$$

- 定理 [M. '20] 評価ステップが決定的なとき、上のような模倣が存在して$C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば

  u が t の観測効率化である

16 Muroya (RIMS, Kyoto U.)



はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

$$p \to \ \to^k p'$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

$$q \to^l q' \qquad (l \leq k)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} E[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to E[t\{v/x\}] \\ C[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to C[t\{v/x\}] \\ C[\lambda x\,.\,v\ x] \Rightarrow C[v] \end{array}}$$

- 項評価系 $(\mathscr{E}, Ectx, \mathscr{R})$ を用いる
- 定理 [M&H. '24] 「良い」項評価系において、全ての p, q に対して上が成り立ち

  $C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば、u が t の観測効率化である

22 Muroya (RIMS, Kyoto U.)

左足：

評価ステップの列の分割

右足：

評価ステップの比較

はしごを登る

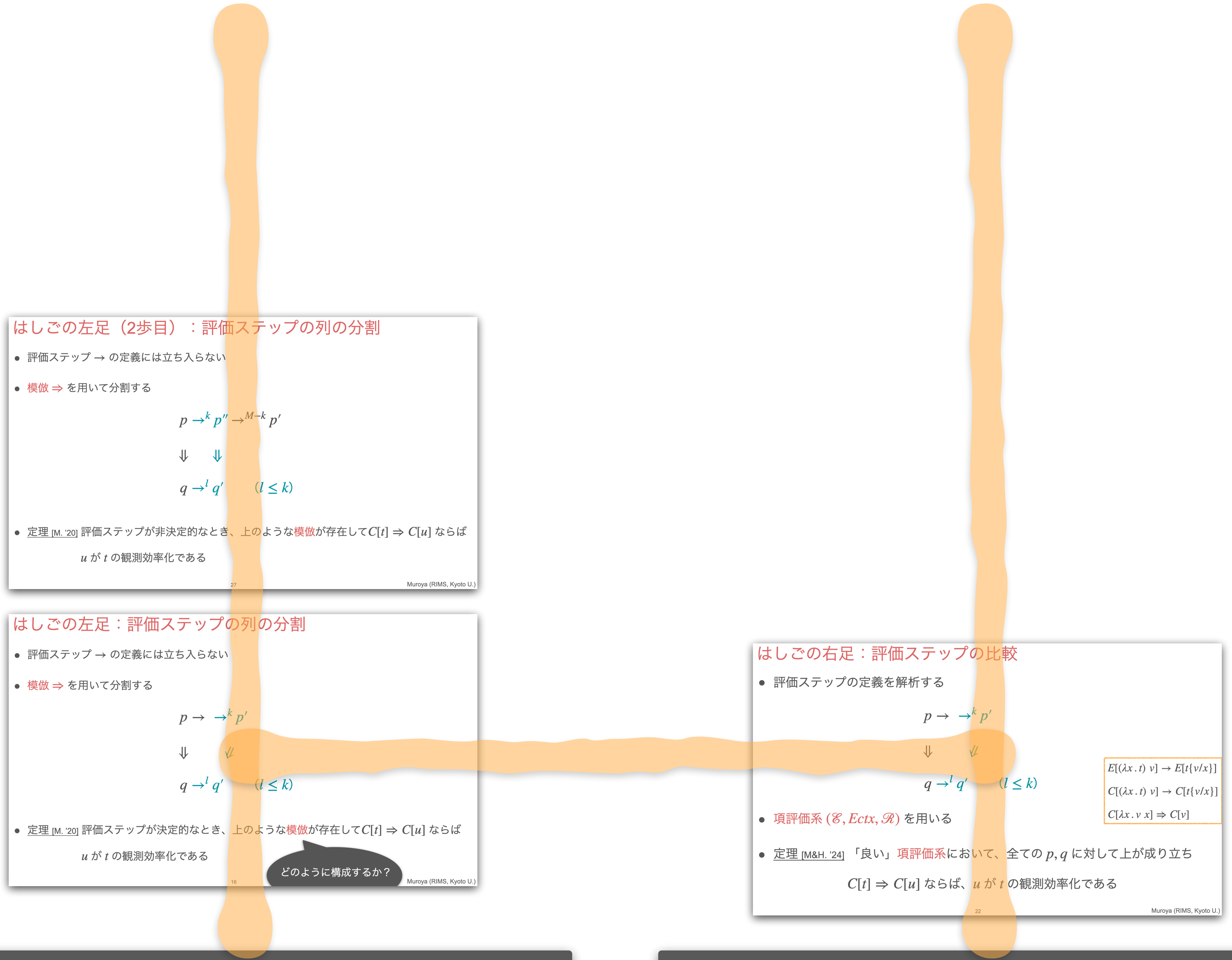
確率

非決定性・入出力

参照・継続

不停止

純粋



はしごの左足（2歩目）：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ $\to$ の定義には立ち入らない
- 模倣 $\Rightarrow$ を用いて分割する

$$
\begin{array}{lll}
p \to^{k} p'' \to^{M-k} p' & & \\
\Downarrow \quad \Downarrow & & \\
q \to^{l} q' & & (l \leq k)
\end{array}
$$

- 定理 [M. '20] 評価ステップが非決定的なとき、上のような模倣が存在して$C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば u が t の観測効率化である

27　Muroya (RIMS, Kyoto U.)

はしごの左足：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ $\to$ の定義には立ち入らない
- 模倣 $\Rightarrow$ を用いて分割する

$$
\begin{array}{lll}
p \to \ \to^{k} p' & & \\
\Downarrow \quad \Downarrow & & \\
q \to^{l} q' & & (l \leq k)
\end{array}
$$

- 定理 [M. '20] 評価ステップが決定的なとき、上のような模倣が存在して$C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば u が t の観測効率化である

どのように構成するか？

16　Muroya (RIMS, Kyoto U.)

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

$$
\begin{array}{lll}
p \to \ \to^{k} p' & & \\
\Downarrow \quad \Downarrow & & \\
q \to^{l} q' & & (l \leq k)
\end{array}
$$

$E[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to E[t\{v/x\}]$

$C[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to C[t\{v/x\}]$

$C[\lambda x\,.\,v\ x] \Rightarrow C[v]$

- 項評価系 $(\mathscr{E}, Ectx, \mathscr{R})$ を用いる
- 定理 [M&H. '24] 「良い」項評価系において、全ての p, q に対して上が成り立ち $C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば、u が t の観測効率化である

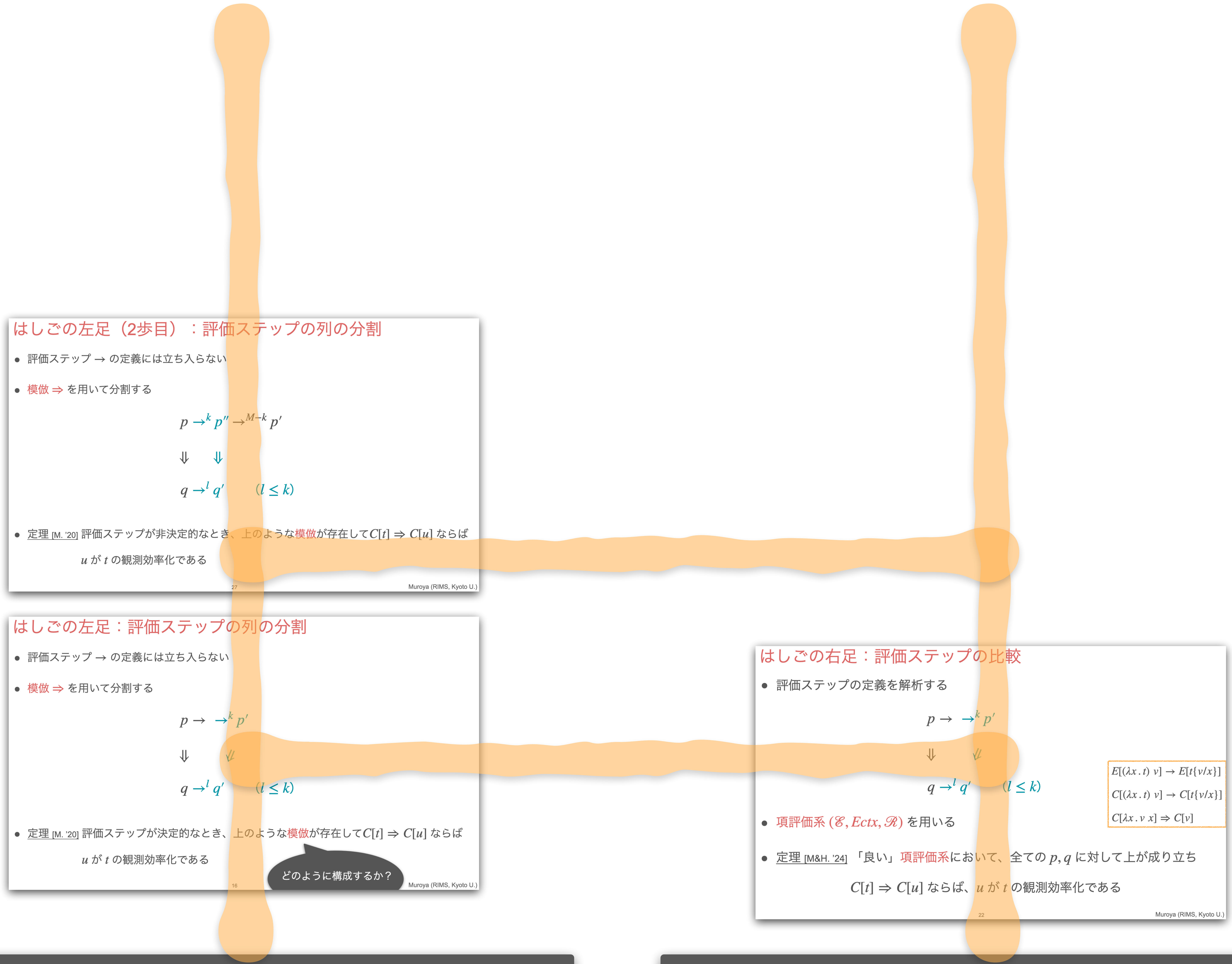
22　Muroya (RIMS, Kyoto U.)

左足：
評価ステップの列の分割

右足：
評価ステップの比較

はしごを登る

- 確率
- 非決定性・入出力
- 参照・継続
- 不停止
- 純粋

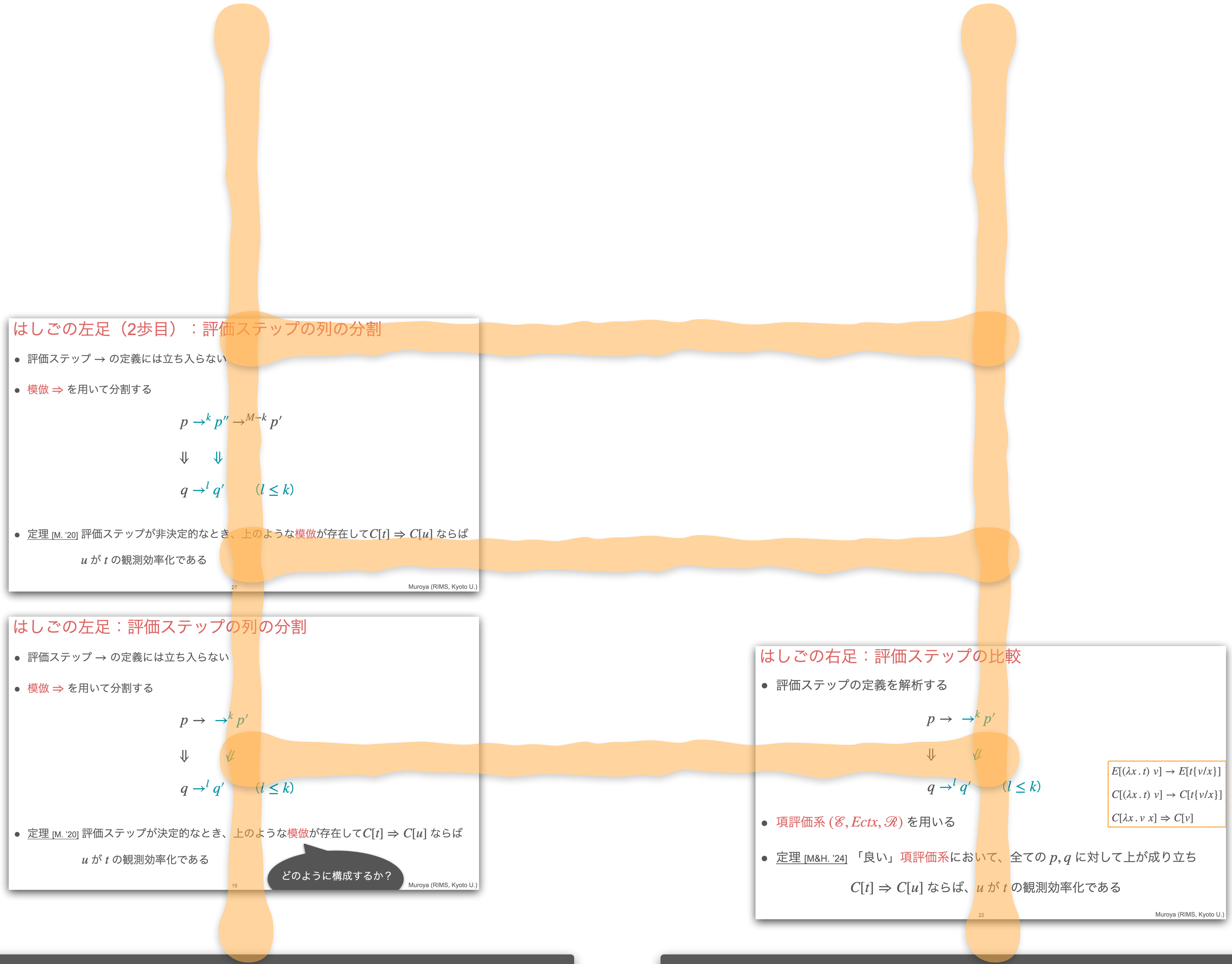


左足：
評価ステップの列の分割

右足：
評価ステップの比較

はしごを登る

- 確率
- 非決定性・入出力
- 参照・継続
- 不停止
- 純粋



はしごの左足（2歩目）：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ → の定義には立ち入らない
- 模倣 ⇒ を用いて分割する

$$
\begin{array}{l}
p \to^k p'' \to^{M-k} p' \\
\Downarrow \quad \Downarrow \\
q \to^l q' \qquad (l \leq k)
\end{array}
$$

- 定理 [M. '20] 評価ステップが非決定的なとき、上のような模倣が存在して $C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば u が t の観測効率化である

27 Muroya (RIMS, Kyoto U.)

はしごの左足：評価ステップの列の分割

- 評価ステップ → の定義には立ち入らない
- 模倣 ⇒ を用いて分割する

$$
\begin{array}{l}
p \to \ \to^k p' \\
\Downarrow \quad \Downarrow \\
q \to^l q' \qquad (l \leq k)
\end{array}
$$

- 定理 [M. '20] 評価ステップが決定的なとき、上のような模倣が存在して $C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば u が t の観測効率化である

どのように構成するか？

16 Muroya (RIMS, Kyoto U.)

はしごの右足：評価ステップの比較

- 評価ステップの定義を解析する

$$
\begin{array}{l}
p \to \ \to^k p' \\
\Downarrow \quad \Downarrow \\
q \to^l q' \qquad (l \leq k)
\end{array}
$$

$E[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to E[t\{v/x\}]$

$C[(\lambda x\,.\,t)\ v] \to C[t\{v/x\}]$

$C[\lambda x\,.\,v\ x] \Rightarrow C[v]$

- 項評価系 $(\mathscr{E}, Ectx, \mathscr{R})$ を用いる
- 定理 [M&H. '24] 「良い」項評価系において、全ての p, q に対して上が成り立ち $C[t] \Rightarrow C[u]$ ならば、u が t の観測効率化である

22 Muroya (RIMS, Kyoto U.)

左足：
評価ステップの列の分割

右足：
評価ステップの比較

はしごを登る

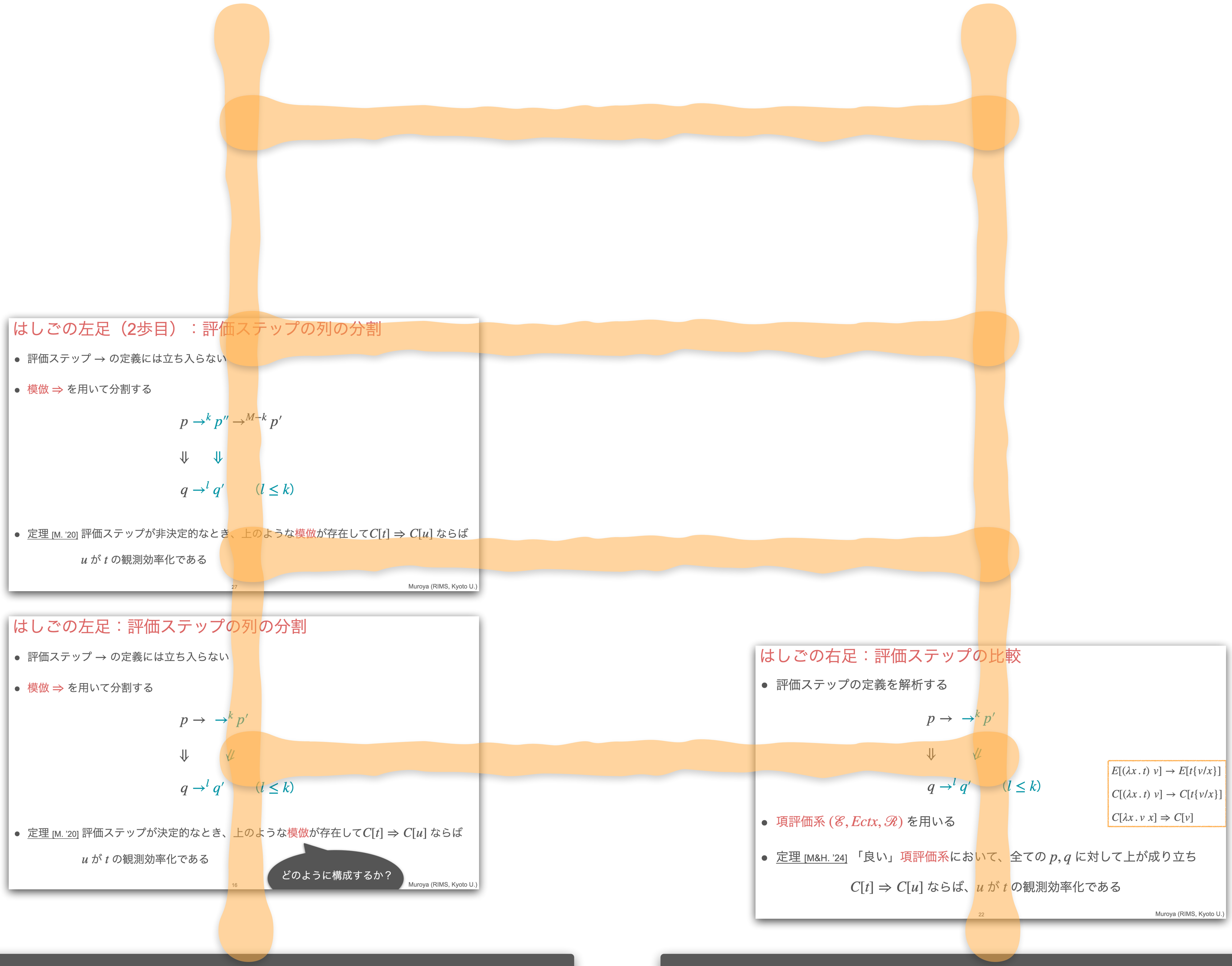
確率

非決定性・入出力

参照・継続

不停止

純粋



左足：
評価ステップの列の分割

右足：
評価ステップの比較