Resumption-Based Categorical Geometry of Interaction for Effects

室屋晃子 (蓮尾研究室)

2014年2月12日

Resumption-Based Categorical Geometry of Interaction for Effects

Naohiko Hoshino, Koko Muroya, Ichiro Hasuo,

Memoryful Geometry of Interaction:
From Coalgebraic Components fo Algebraic Effects,

submitted to LICS '14

室屋晃子 (蓮尾研究室)

2014年2月12日

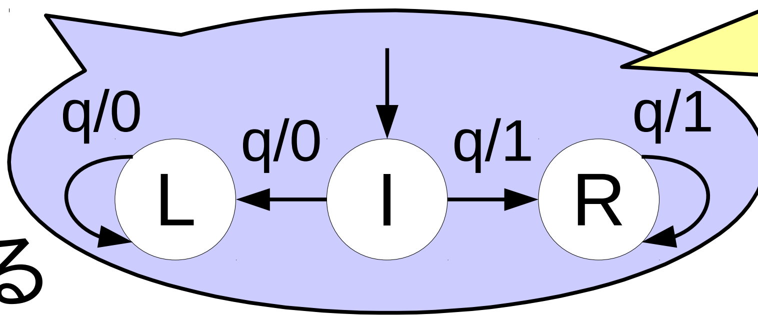
目的

プログラムを

- 高階関数型プログラミング
- 計算効果つき

  非決定的、確率的、量子

ステートマシンに



- sequential machine
- stream transducer
- Mealy machine

変換する

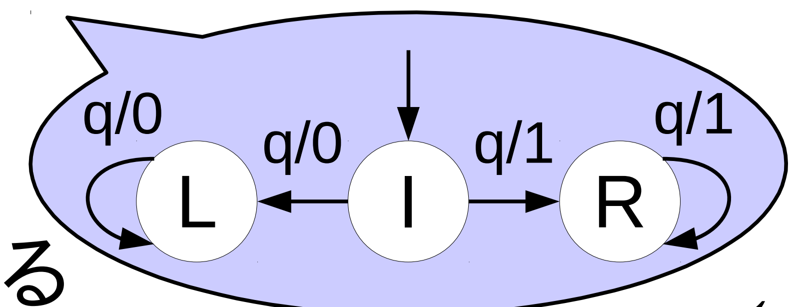
目的

プログラムを ←for effects

- 高階関数型プログラミング
- 計算効果つき

  非決定的、確率的、量子

ステートマシンに ←resumption-based



変換する ←categorical Geometry of Interaction

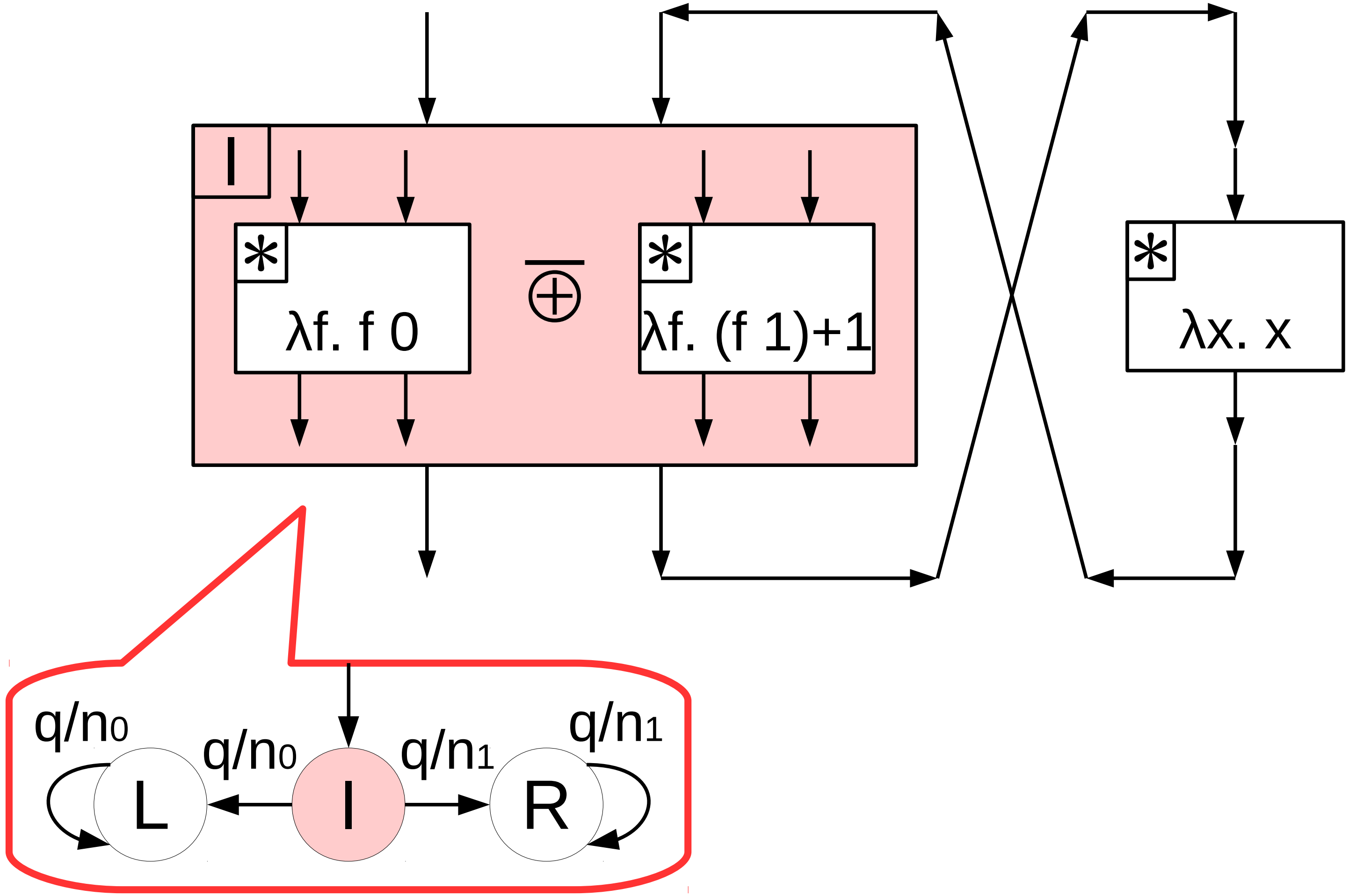
ステートマシンへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f\mathbf{0}) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f\mathbf{1}) + \mathbf{1}))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

非決定的な選択

ステートマシンへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{f}.\, \boldsymbol{f}\mathbf{0}) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{f}.\, (\boldsymbol{f}\mathbf{1}) + \mathbf{1}))(\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{x}.\, \boldsymbol{x})$$



先行研究 [Hasuo & Hoshino, LICS'11]

プログラムを

- 高階関数型プログラミング
- 計算効果つき

  非決定的、確率的、量子

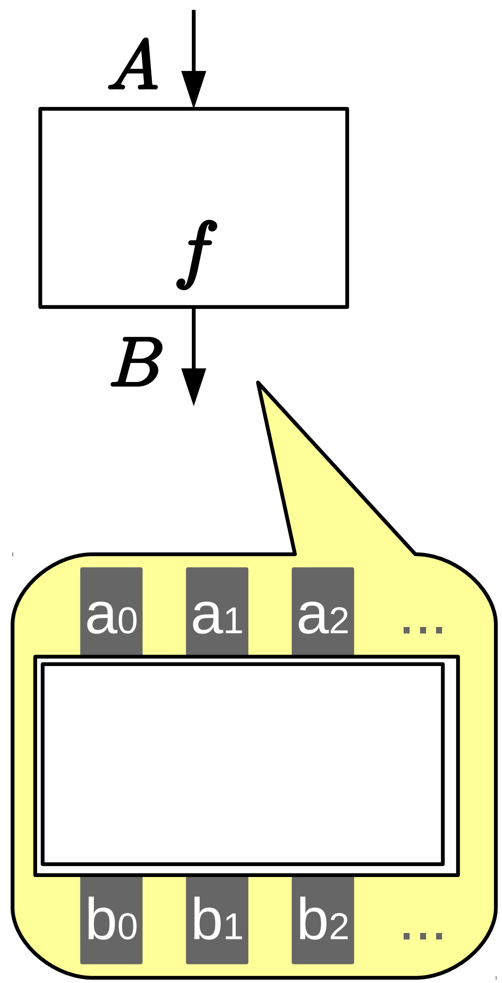
パイプに

変換する

categorical Geometry of Interaction
  [Abramsky, Haghverdi & Scott, MSCS'02]
realizability
  [Longley, PhD thesis]

先行研究　[Hasuo & Hoshino, LICS'11]

パイプ ＝ 関数 ＋ 計算効果



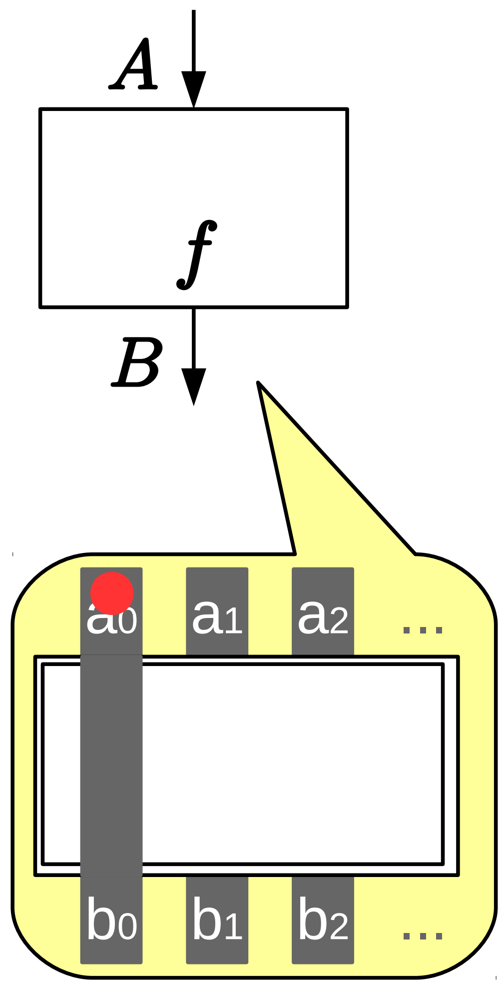
モナド

$$f : A \to \color{blue}{T}B$$

$$f(a_0) = \begin{cases} b_0 & \text{：計算効果なし} \\ \{b_0, b_1, \ldots\} & \text{：非決定的} \\ \begin{bmatrix} b_0 \mapsto 0.5, \\ b_1 \mapsto 0.2, \\ \ldots \end{bmatrix} & \text{：確率的} \end{cases}$$

先行研究　[Hasuo & Hoshino, LICS'11]

パイプ = 関数 + 計算効果



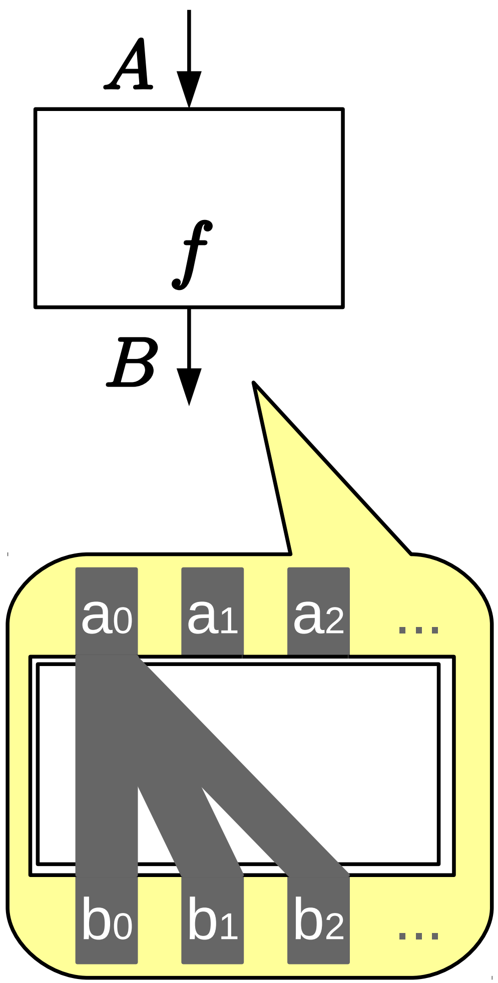
モナド

$$f : A \to \mathbf{I}B$$

$$f(a_0) = \begin{cases} b_0 & \text{：計算効果なし} \\ \{b_0, b_1, \ldots\} & \text{：非決定的} \\ \begin{bmatrix} b_0 \mapsto 0.5, \\ b_1 \mapsto 0.2, \\ \ldots \end{bmatrix} & \text{：確率的} \end{cases}$$

先行研究　[Hasuo & Hoshino, LICS'11]

パイプ = 関数 + 計算効果



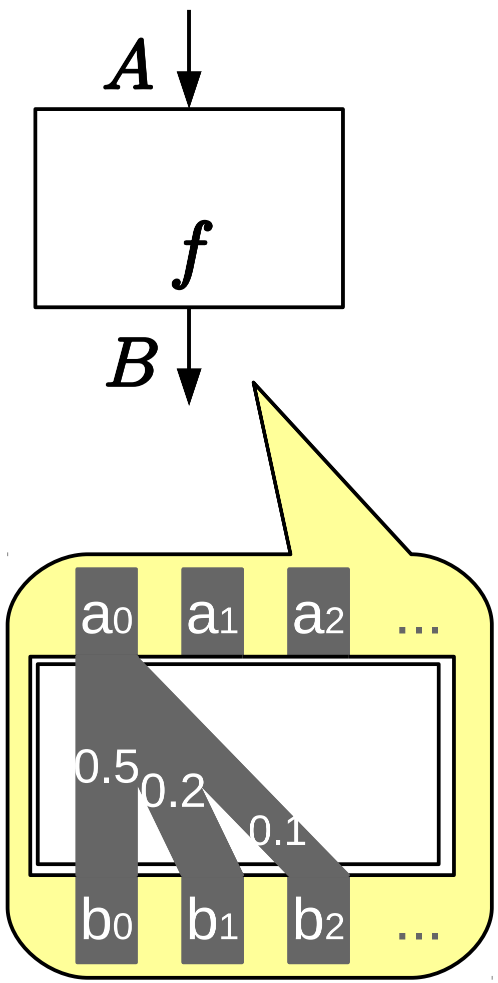
モナド

$$f : A \to \boldsymbol{P}B$$

$$f(a_0) = \begin{cases} b_0 & \text{: 計算効果なし} \\ \{b_0, b_1, \ldots\} & \text{: 非決定的} \\ \begin{bmatrix} b_0 \mapsto 0.5, \\ b_1 \mapsto 0.2, \\ \ldots \end{bmatrix} & \text{: 確率的} \end{cases}$$

先行研究　[Hasuo & Hoshino, LICS'11]

パイプ ＝ 関数 ＋ 計算効果



モナド

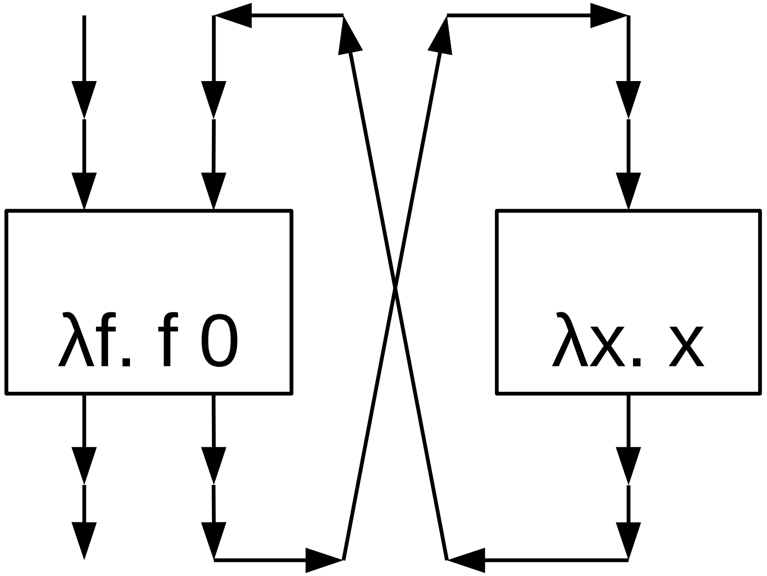
$$f : A \to \mathbf{D}B$$

$$f(a_0) = \begin{cases} b_0 & \text{：計算効果なし} \\ \{b_0, b_1, \ldots\} & \text{：非決定的} \\ \begin{bmatrix} b_0 \mapsto 0.5, \\ b_1 \mapsto 0.2, \\ \ldots \end{bmatrix} & \text{：確率的} \end{cases}$$

パイプへの変換例

$$(\boldsymbol{\lambda} f.\, f\, \mathbf{0})(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

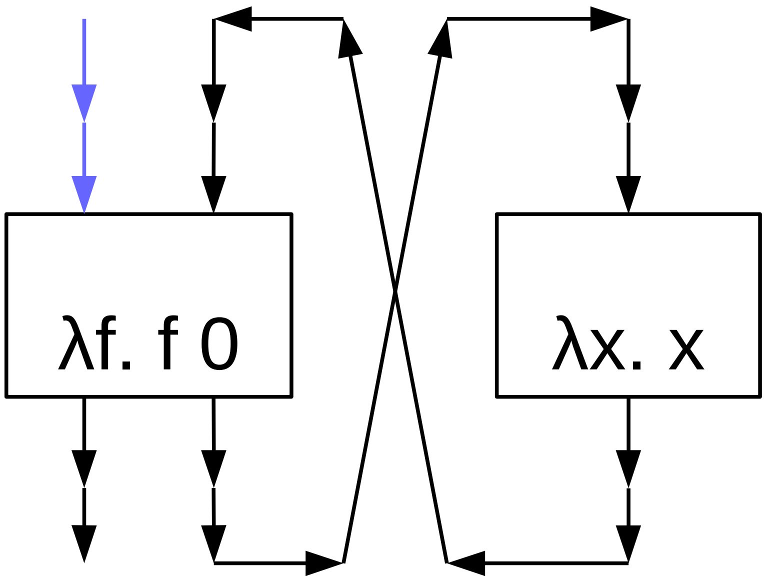
適用→パイプの相互接続
評価→トークンの動き
パイプ間のやりとり



パイプへの変換例

$$(\boldsymbol{\lambda} f.\, f\,0)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

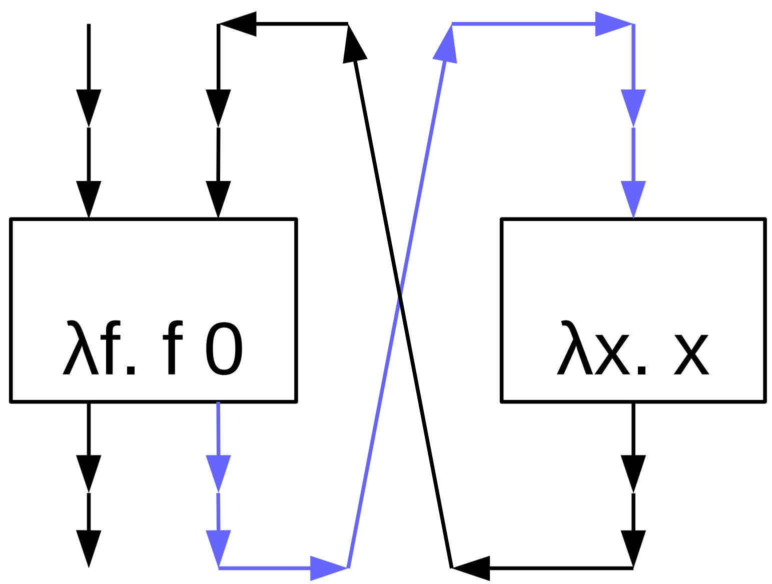
適用→パイプの相互接続
評価→トークンの動き
　　　パイプ間のやりとり



λf. f 0	λx. x
ask: f	
	ask: x
ans: x = 0	
	ans: f 0 = 0
ans: 0	

パイプへの変換例

$$(\lambda f.\, f\,0)(\lambda x.\, x)$$

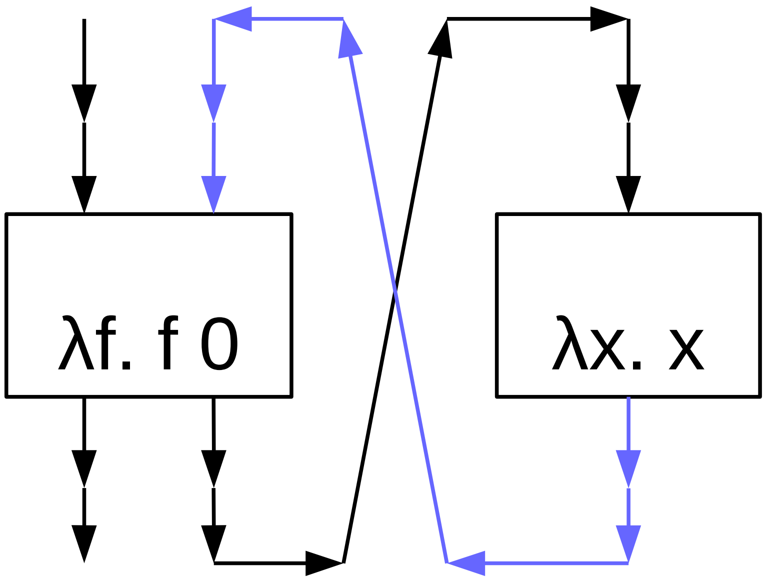


適用→パイプの相互接続
評価→トークンの動き
　　パイプ間のやりとり

λf. f 0	λx. x
ask: f	
	ask: x
ans: x = 0	
	ans: f 0 = 0
ans: 0	

パイプへの変換例

$$(\boldsymbol{\lambda} f.\, f 0)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

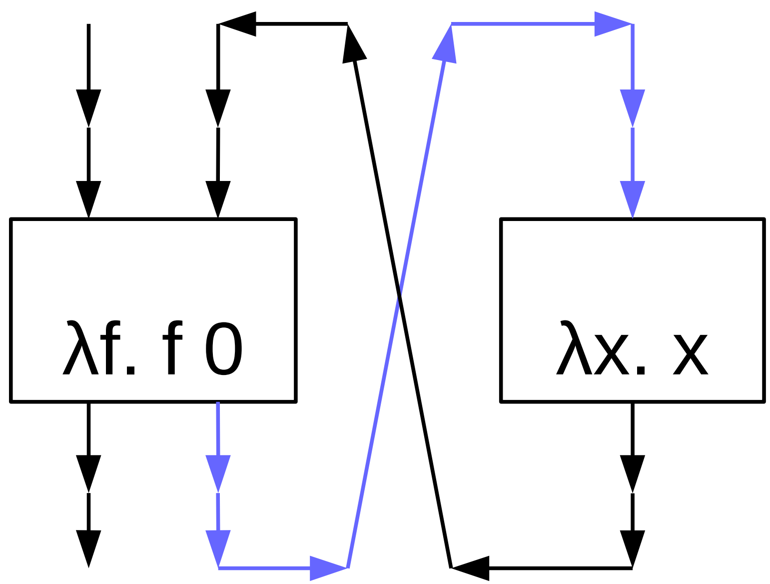


適用→パイプの相互接続
評価→トークンの動き
　　　パイプ間のやりとり

λf. f 0	λx. x
ask: f	
	ask: x
ans: x = 0	
	ans: f 0 = 0
ans: 0	

パイプへの変換例

$$(\boldsymbol{\lambda} f.\, f\mathbf{0})(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

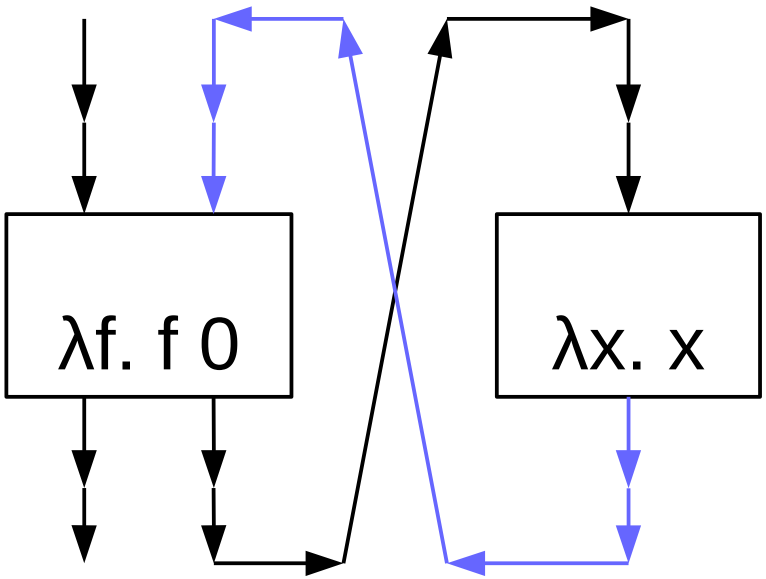


適用→パイプの相互接続
評価→トークンの動き
　　　パイプ間のやりとり

λf. f 0	λx. x
ask: f	
	ask: x
ans: x = 0	
	ans: f 0 = 0
ans: 0	

パイプへの変換例

$(\lambda f.\, f\,0)(\lambda x.\, x)$

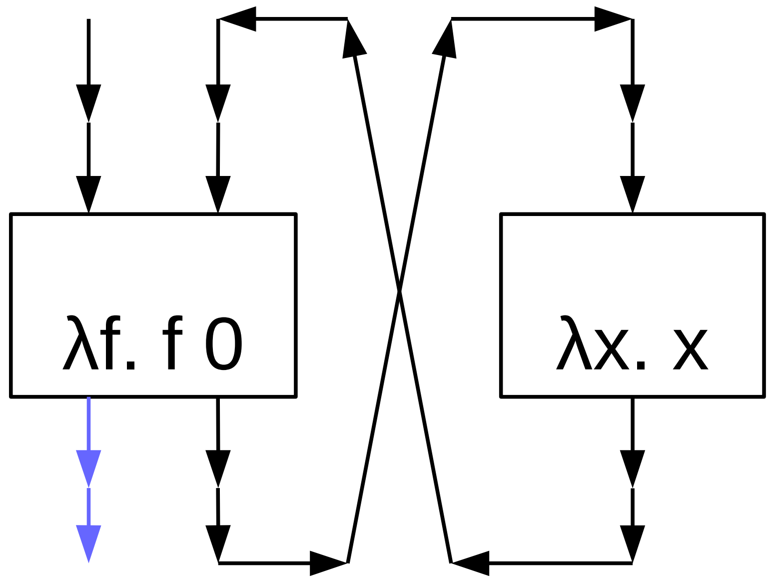


適用→パイプの相互接続
評価→トークンの動き
　　　パイプ間のやりとり

λf. f 0	λx. x
ask: f	
	ask: x
ans: x = 0	
	ans: f 0 = 0
ans: 0	

パイプへの変換例

$$(\lambda f.\, f 0)(\lambda x.\, x) =_\beta 0$$

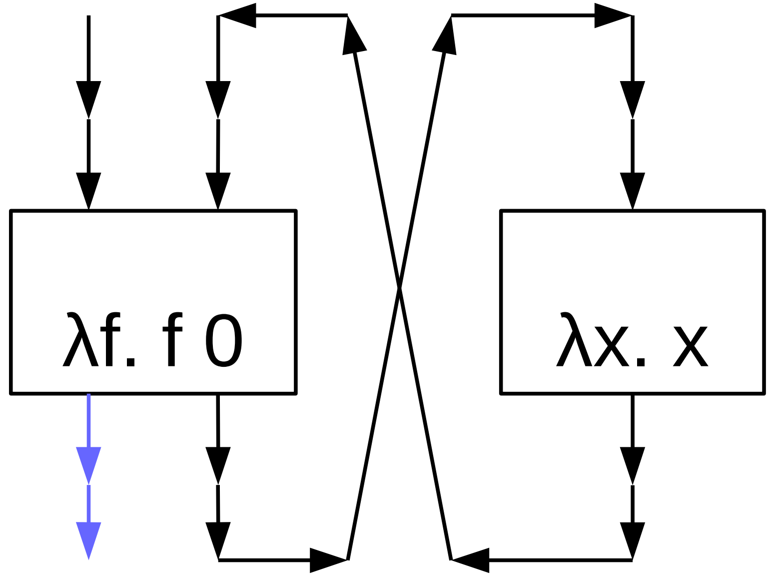


適用→パイプの相互接続
評価→トークンの動き
　　　パイプ間のやりとり

λf. f 0	λx. x
ask: f	
	ask: x
ans: x = 0	
	ans: f 0 = 0
ans: 0	

パイプへの変換例

$$(\boldsymbol{\lambda} f.\, f\mathbf{0})(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) =_{\beta} \mathbf{0}$$



適用→パイプの相互接続
評価→トークンの動き
　　　パイプ間のやりとり

λf. f 0	λx. x
ask: f	
	ask: x
ans: x = 0	
	ans: f 0 = 0

cf. ゲーム意味論
[Abramsky, Jagadeesan & Malacaria, '00]
[Hyland & Ong, '00]

パイプへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f\mathbf{0}) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f\mathbf{1}) + \mathbf{1}))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

パイプへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f\mathbf{0}) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f\mathbf{1}) + \mathbf{1}))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$
$$= (\boldsymbol{\lambda} f.\, f\mathbf{0})(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f\mathbf{1}) + \mathbf{1})(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

パイプへの変換例

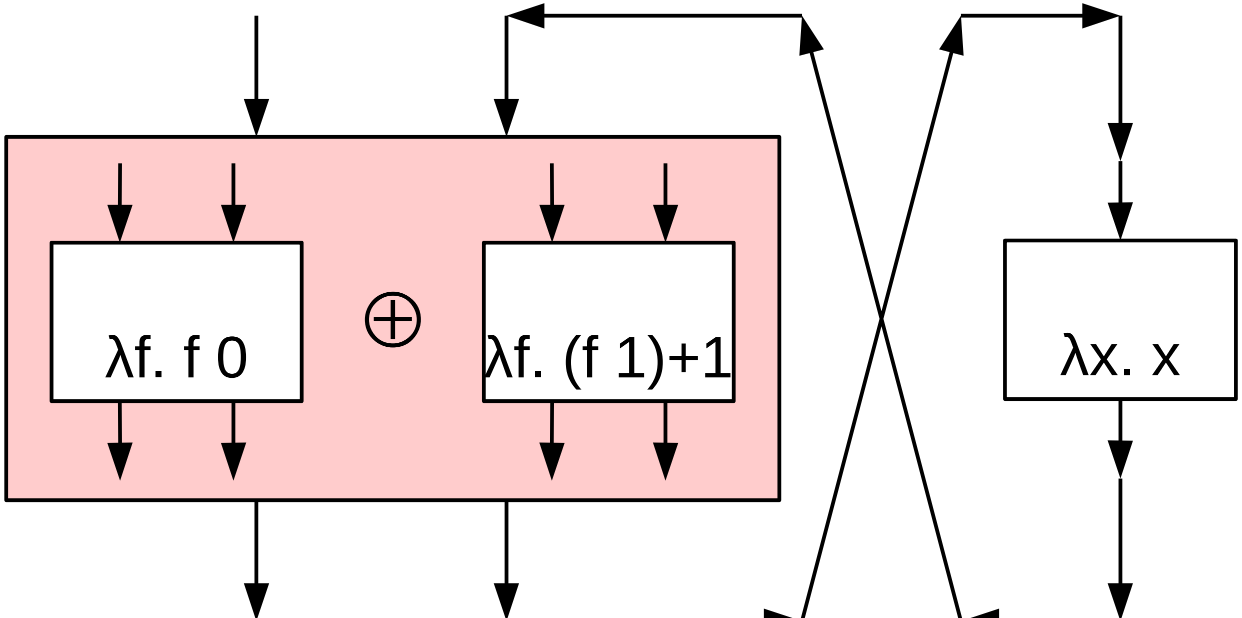
$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f\mathbf{0}) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f\mathbf{1}) + \mathbf{1}))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

$$= (\boldsymbol{\lambda} f.\, f\mathbf{0})(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f\mathbf{1}) + \mathbf{1})(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) =_{\beta} \mathbf{0} \sqcup \mathbf{2}$$

パイプへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f\mathbf{0}) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f\mathbf{1}) + \mathbf{1}))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

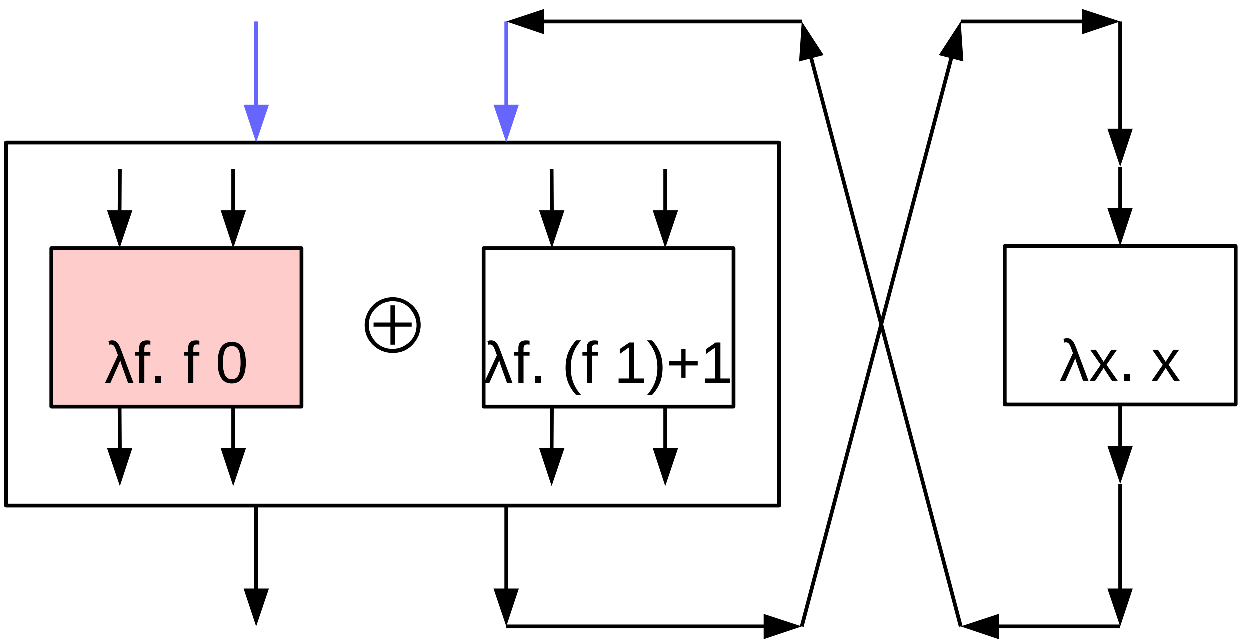
$$= (\boldsymbol{\lambda} f.\, f\mathbf{0})(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f\mathbf{1}) + \mathbf{1})(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) =_\beta \mathbf{0} \sqcup \mathbf{2}$$



パイプへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f0) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

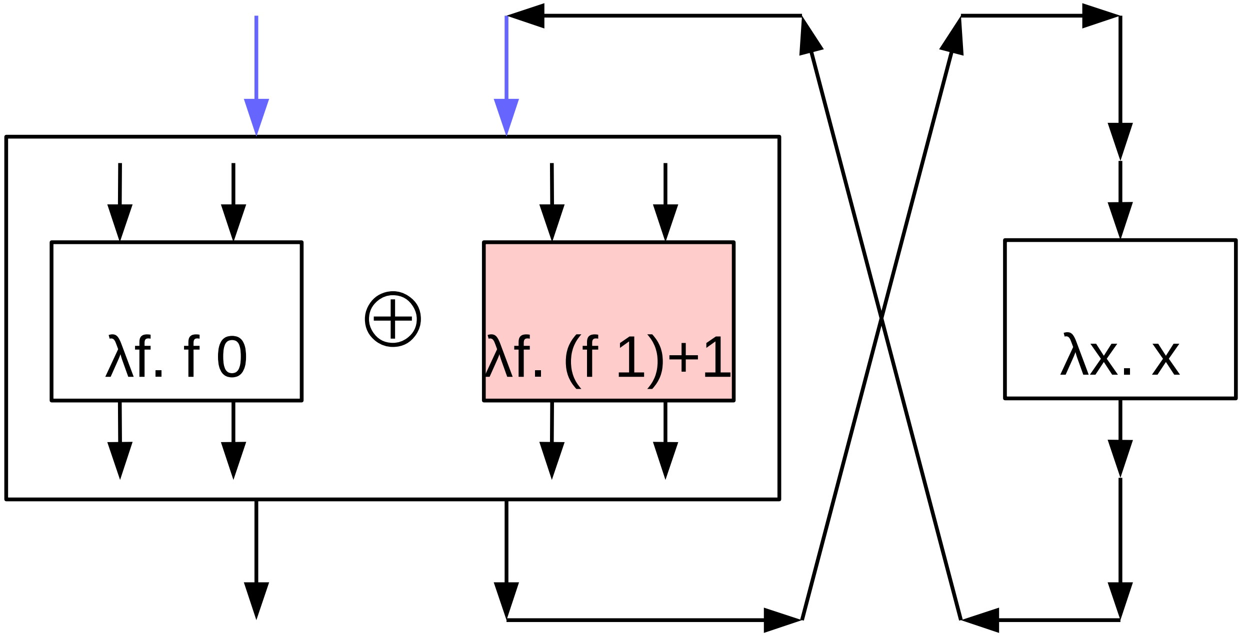
$$= (\boldsymbol{\lambda} f.\, f0)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) =_\beta \mathbf{0} \sqcup \mathbf{2}$$



パイプへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f0) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

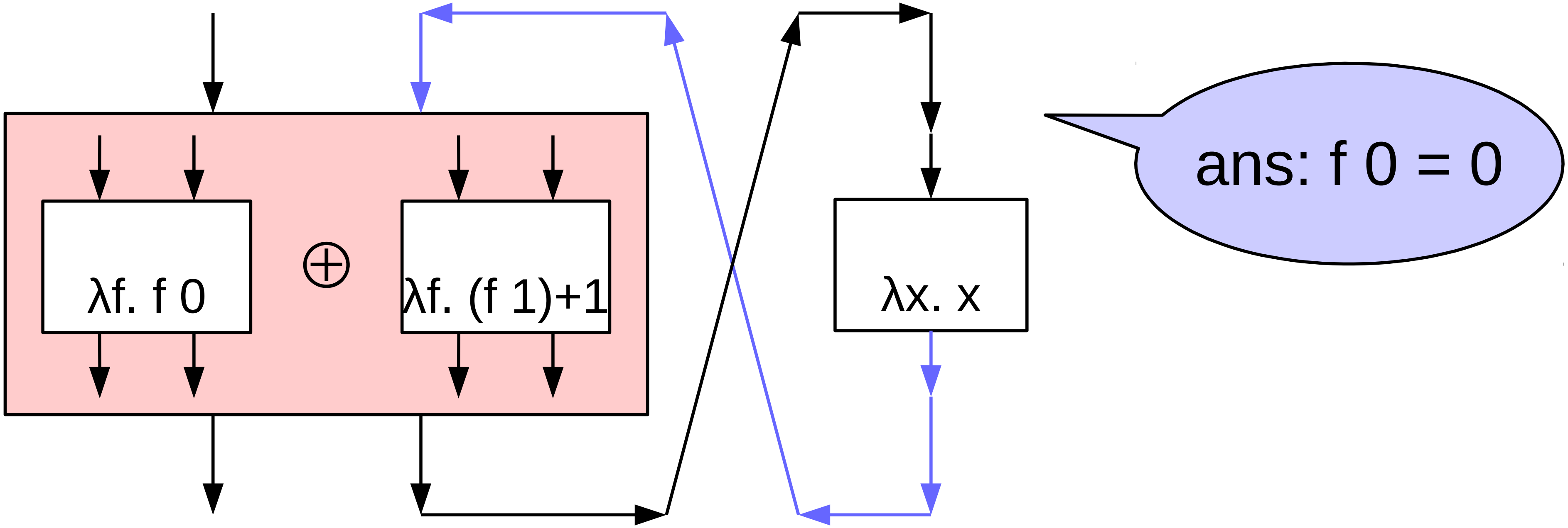
$$= (\boldsymbol{\lambda} f.\, f0)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) =_\beta \mathbf{0} \sqcup \mathbf{2}$$



パイプへの変換例

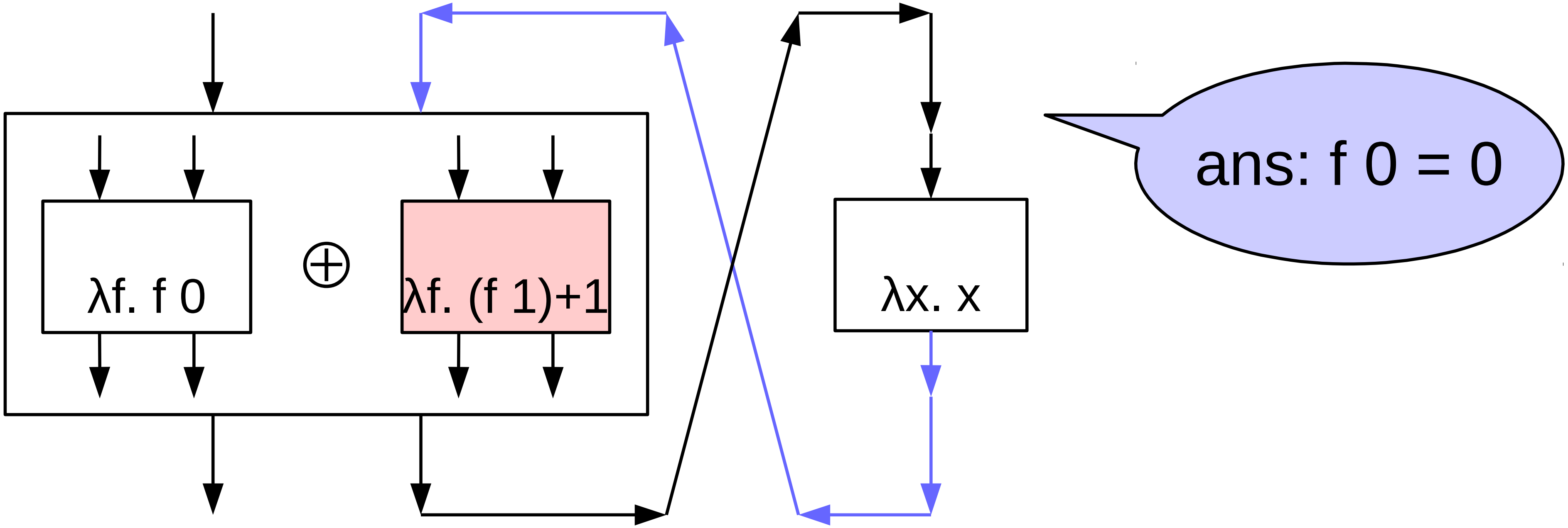
$$((\lambda f.\, f0) \sqcup (\lambda f.\, (f1) + 1))(\lambda x.\, x)$$

$$= (\lambda f.\, f0)(\lambda x.\, x) \sqcup (\lambda f.\, (f1) + 1)(\lambda x.\, x) =_\beta 0 \sqcup 2$$



パイプへの変換例

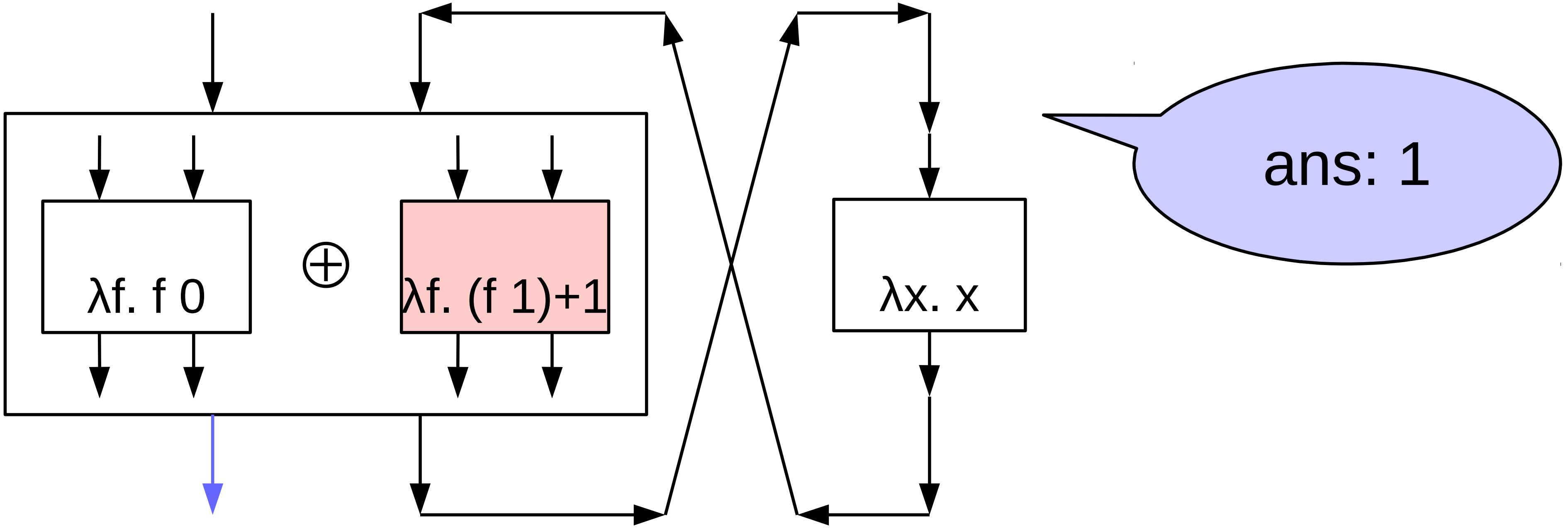
$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f0) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$
$$= (\boldsymbol{\lambda} f.\, f0)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) =_\beta \mathbf{0} \sqcup \mathbf{2}$$



パイプへの変換例

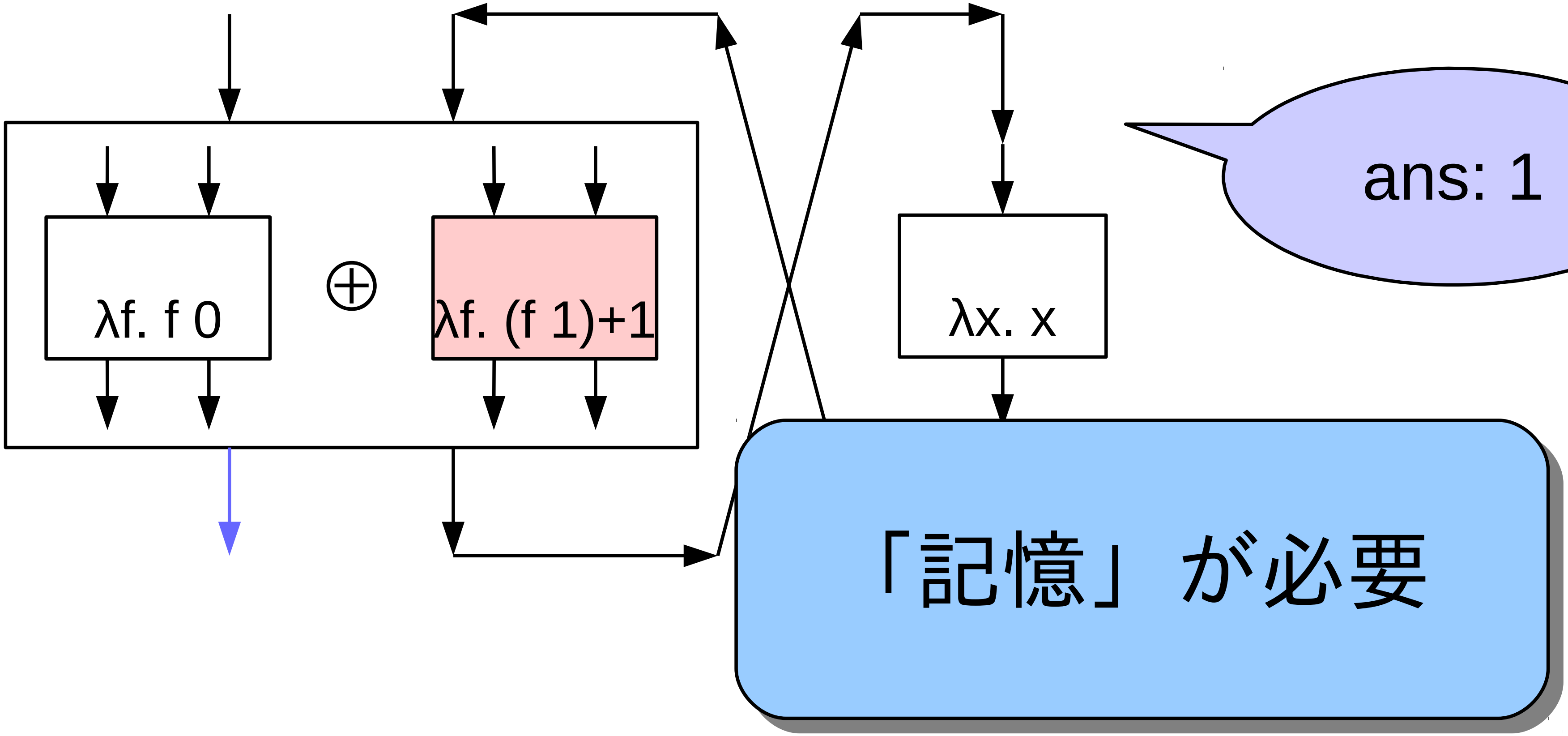
$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f0) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

$$= (\boldsymbol{\lambda} f.\, f0)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) =_\beta \mathbf{0} \sqcup \mathbf{2}$$



パイプへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f 0) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f 1) + 1))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$
$$= (\boldsymbol{\lambda} f.\, f 0)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f 1) + 1)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) =_\beta \mathbf{0} \sqcup \mathbf{2}$$



「記憶」の実現

プログラム ＋「記憶」

パイプ ＋「記憶」

「記憶」の実現

プログラム ＋「記憶」→ 継続渡し形式

[Hasuo & Hoshino, LICS'11]

パイプ ＋「記憶」→ ステートマシン

[Abramsky, Haghverdi & Scott, MSCS'02] で説明

「記憶」の実現

プログラム ＋「記憶」→ 継続渡し形式

[Hasuo & Hoshino, LICS'11]

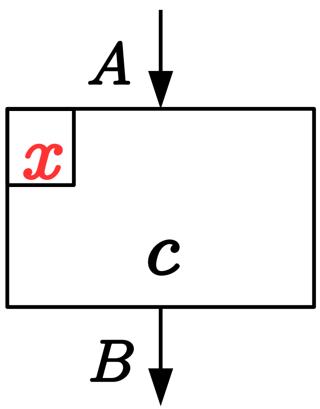
パイプ ＋「記憶」→ ステートマシン

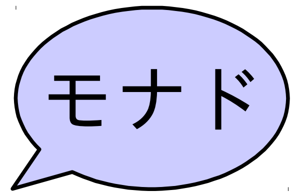
[Abramsky, Haghverdi & Scott, MSCS'02] で説明

今回の成果：
ステートマシンの具体的構成を与える
→ 計算効果つき高階プログラムの変換の
一般的フレームワーク

「記憶」の埋め込み

ステートマシン ＝ パイプ ＋ 内部状態



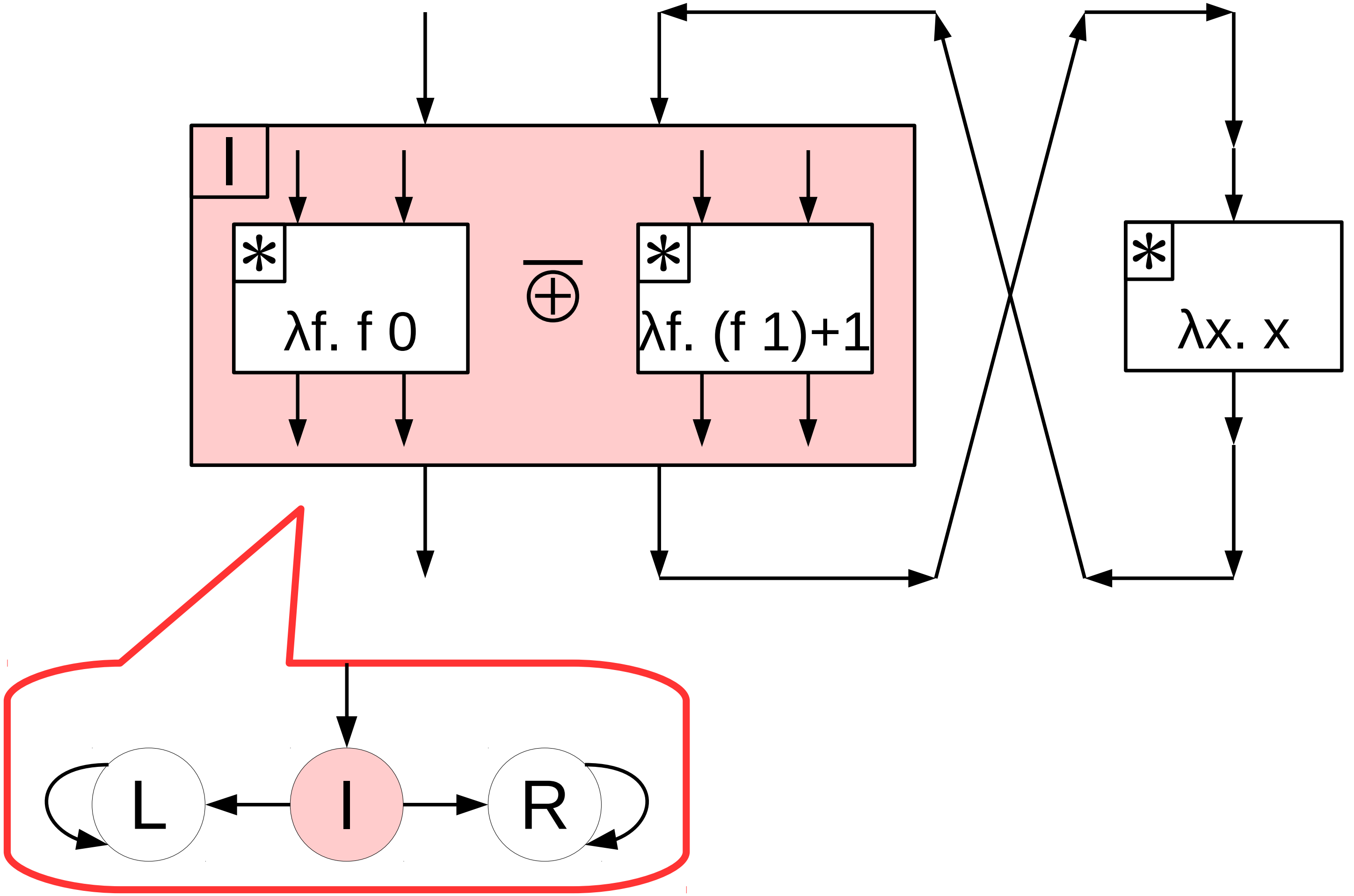


$$c\colon X \times A \to T(X \times B)$$

$$c(x_0, a_0) = \begin{cases} (x'_0, b_0) & \text{：計算効果なし} \\ \{(x'_0, b_0), (x'_1, b_1), \ldots\} & \text{：非決定的} \\ \begin{bmatrix} (x'_0, b_0) \mapsto 0.5, \\ (x'_1, b_1) \mapsto 0.2, \\ \cdots \end{bmatrix} & \text{：確率的} \end{cases}$$

ステートマシンへの変換例

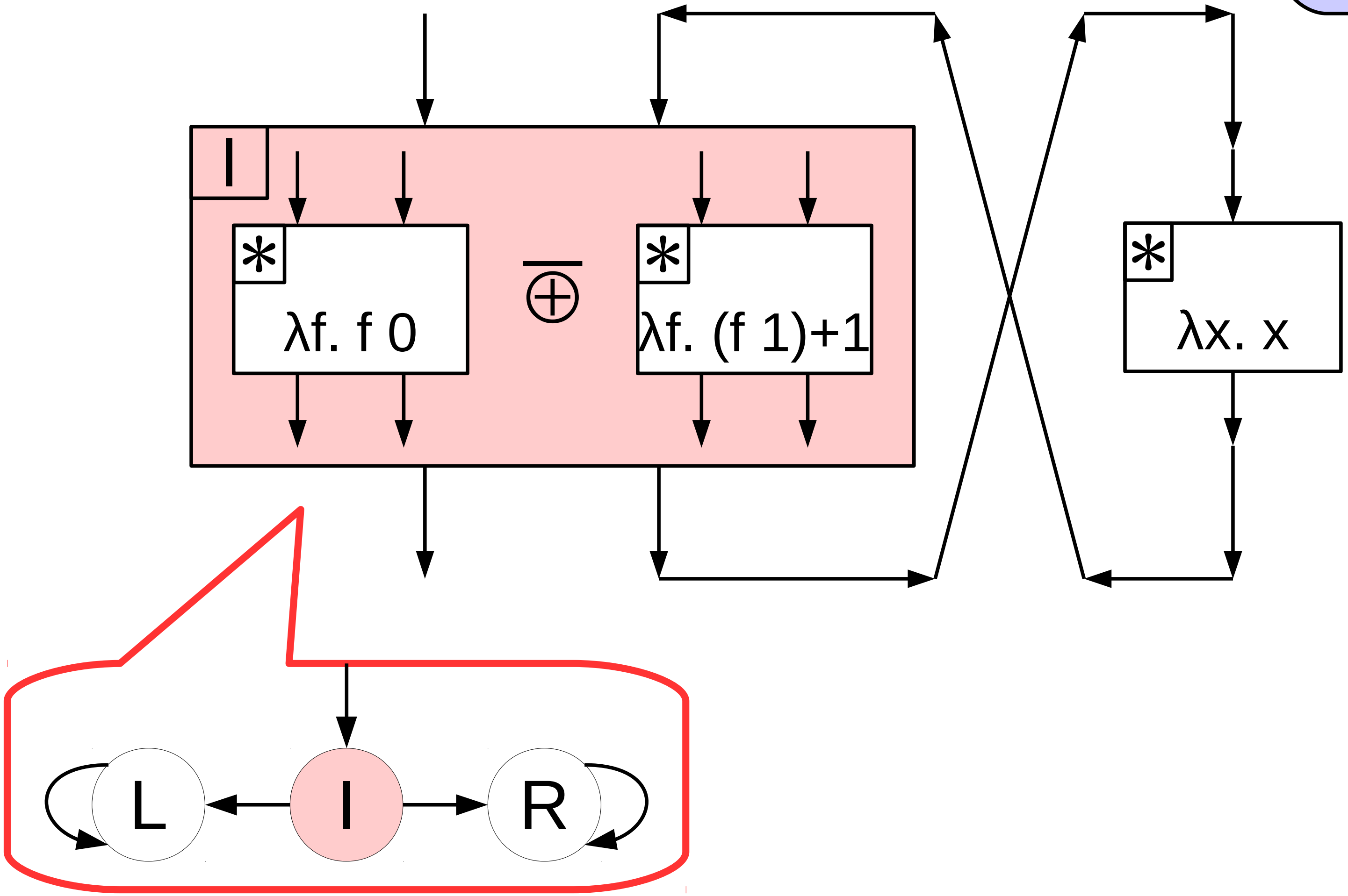
$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f\mathbf{0}) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f\mathbf{1}) + \mathbf{1}))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$



ステートマシンへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f0) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

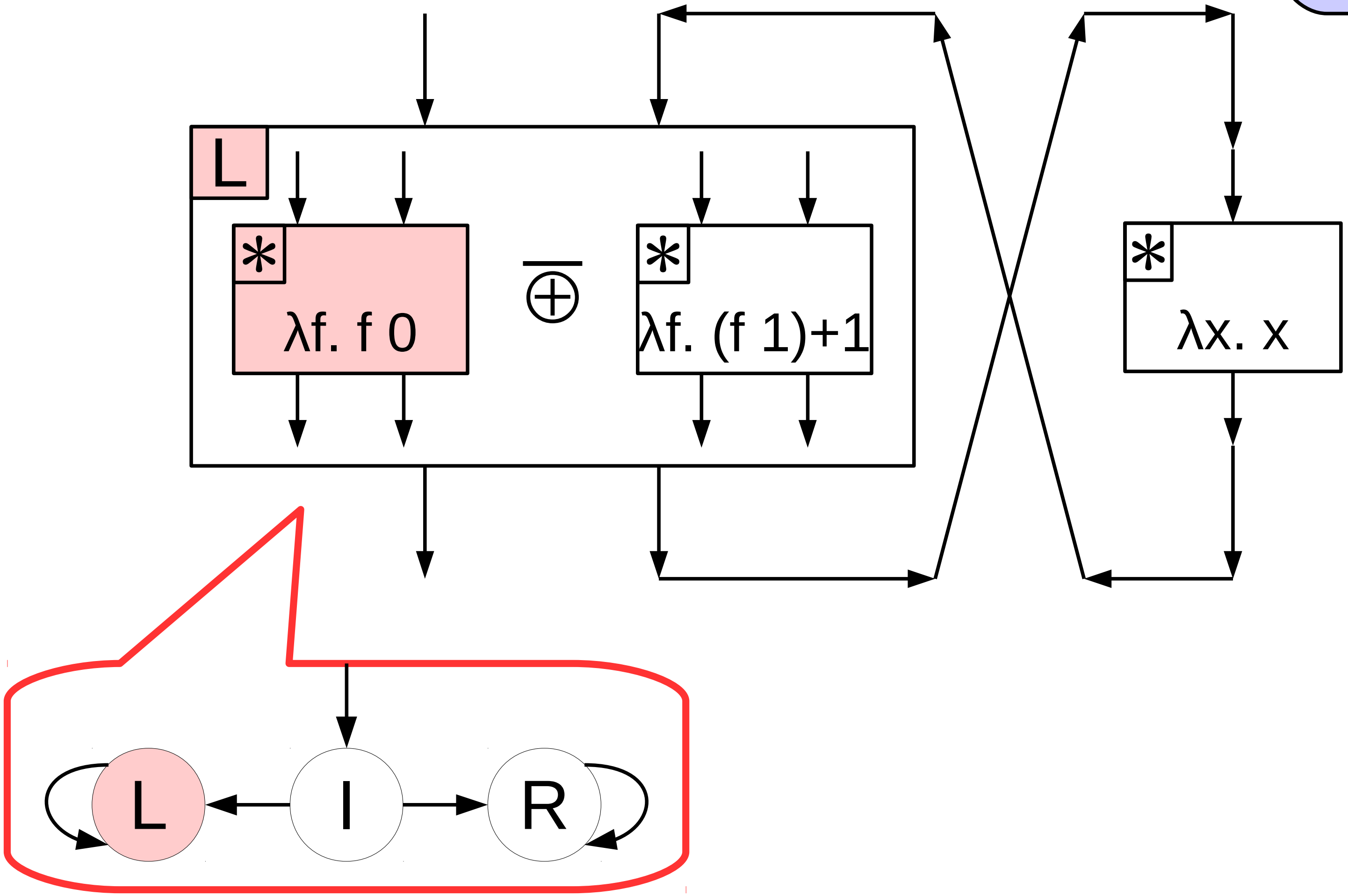
2項演算子 $\sqcup$
↓
ステートマシン上の
2項演算 $\overline{\oplus}$



ステートマシンへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f 0) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f 1) + 1))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

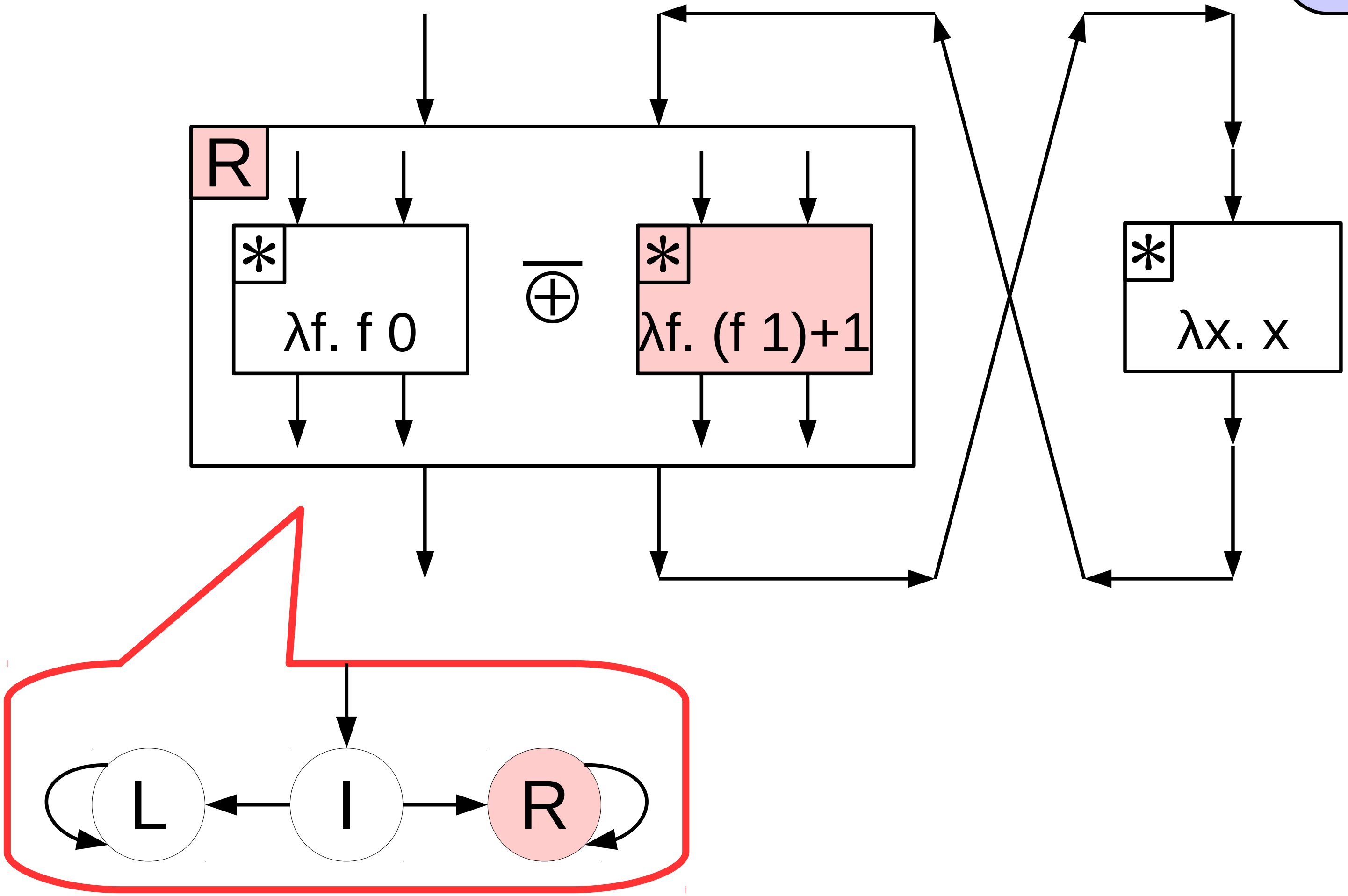
2項演算子 $\sqcup$
↓
ステートマシン上の
2項演算 $\overline{\oplus}$



ステートマシンへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f0) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

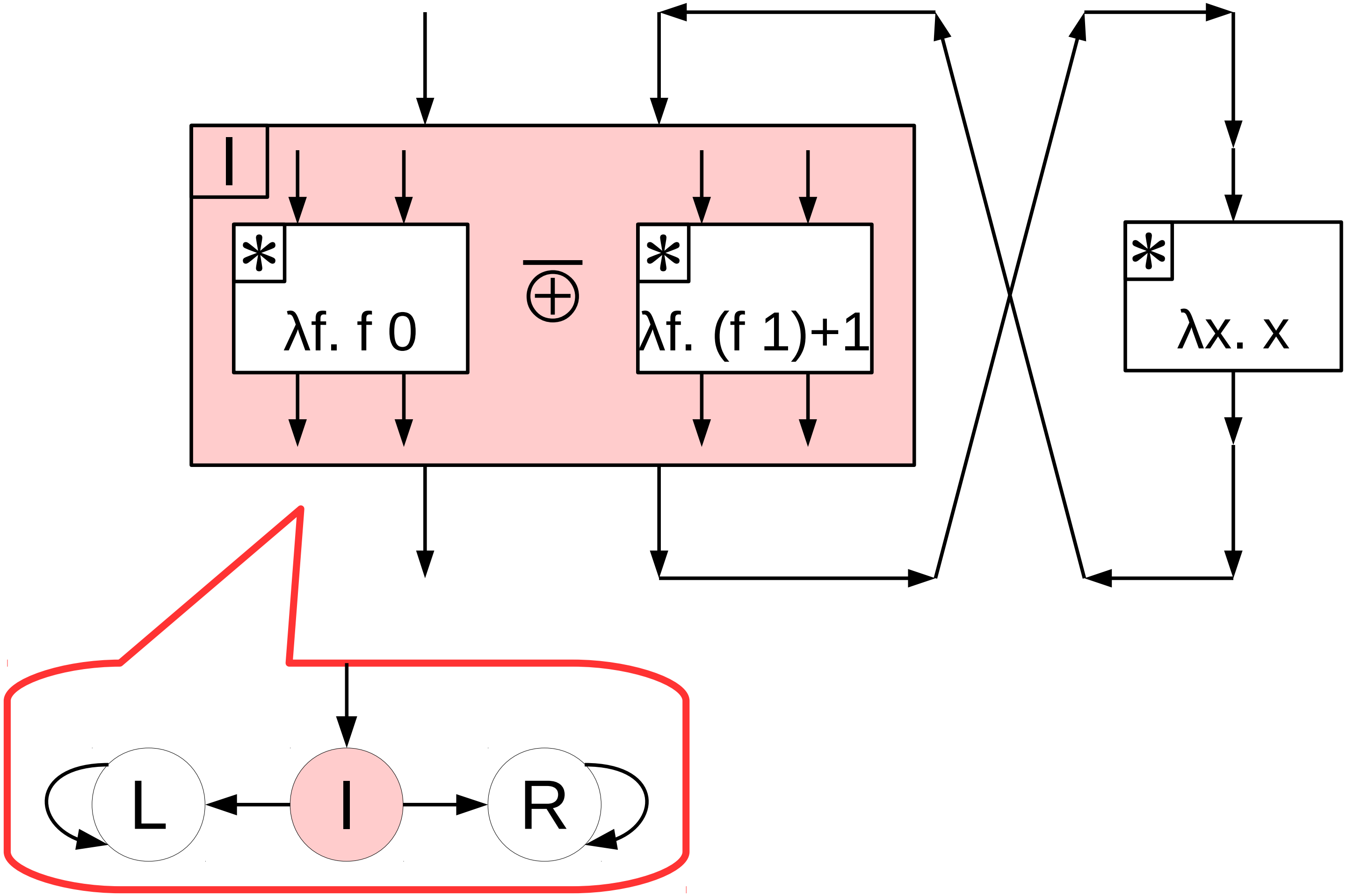
2項演算子 $\sqcup$
↓
ステートマシン上の
2項演算 $\overline{\oplus}$



ステートマシンへの変換例

$$((\boldsymbol{\lambda} f.\, f0) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1))(\boldsymbol{\lambda} x.\, x)$$

$$= (\boldsymbol{\lambda} f.\, f0)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) \sqcup (\boldsymbol{\lambda} f.\, (f1) + 1)(\boldsymbol{\lambda} x.\, x) =_\beta 0 \sqcup 2$$



今回の成果

- 高階関数型プログラミング
- 計算効果つき

プログラムをステートマシンに変換する
一般的フレームワーク

今回の成果

- 高階関数型プログラミング
- 計算効果つき

プログラムをステートマシンに変換する
一般的フレームワーク

1. 計算効果をモデルする

   an **algebraic operation** α on a **monad** T

2. ステートマシンを modular に構成する

   $X \times \mathbb{N} \to T(X \times \mathbb{N})$

3. ステートマシンによる表示的意味論を与える

   a category on resumptions

今回の成果

- 高階関数型プログラミング
- 計算効果つき

プログラムをステートマシンに変換する
一般的フレームワーク

1. 計算効果をモデルする

   an **algebraic operation** α on a **monad** T

2. ステートマシンを modular に構成する

   $X \times \mathbb{N} \to T(X \times \mathbb{N})$

3. ステートマシンによる表示的意味論を与える

   a category on resumptions

卒論

投稿版

今後の展望

具体的な計算効果に対する応用

- 非決定的計算、確率的計算
- 量子計算

[Hasuo & Hoshino, LICS'11]
の簡略化？

関連手法との比較

- Geometry of Synthesis [Ghica, ICFP'11 など]
  高階関数型のプログラムを論理回路に変換する

「記憶」の埋め込み？