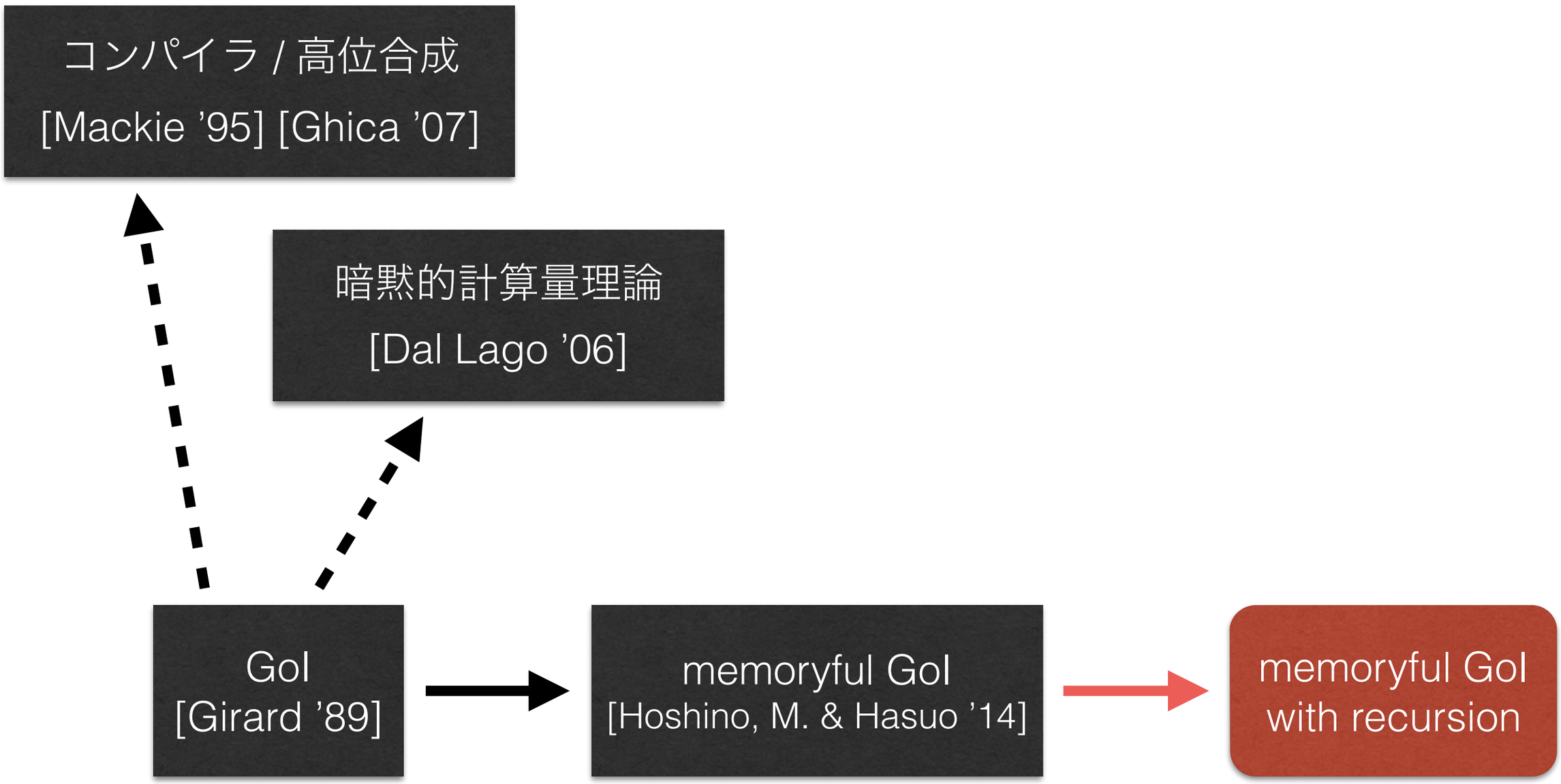
記憶つき相互作用の幾何における再帰と妥当性

Recursion and Adequacy in Memoryful Geometry of Interaction

室屋 晃子 (蓮尾研)

2016.2.1 修論発表

概要


コンパイラ / 高位合成
[Mackie ’95] [Ghica ’07]
暗黙的計算量理論
[Dal Lago ’06]
GoI
[Girard ’89]
memoryful GoI
[Hoshino, M. & Hasuo ’14]
memoryful GoI
with recursion

背景：GoI

- Geometry of Interaction (相互作用の幾何)
- 表示的 (要素還元的) 意味論
  - 線形論理に対して [Girard ’89]
  - 関数型プログラムに対して
- 操作的な性質
  - 計算の経過を表現

背景：GoI

- Geometry of Interaction (相互作用の幾何)
- 表示的 (要素還元的) 意味論
  - 線形論理に対して [Girard ’89]
  - 関数型プログラムに対して
- 操作的な性質
  - 計算の経過

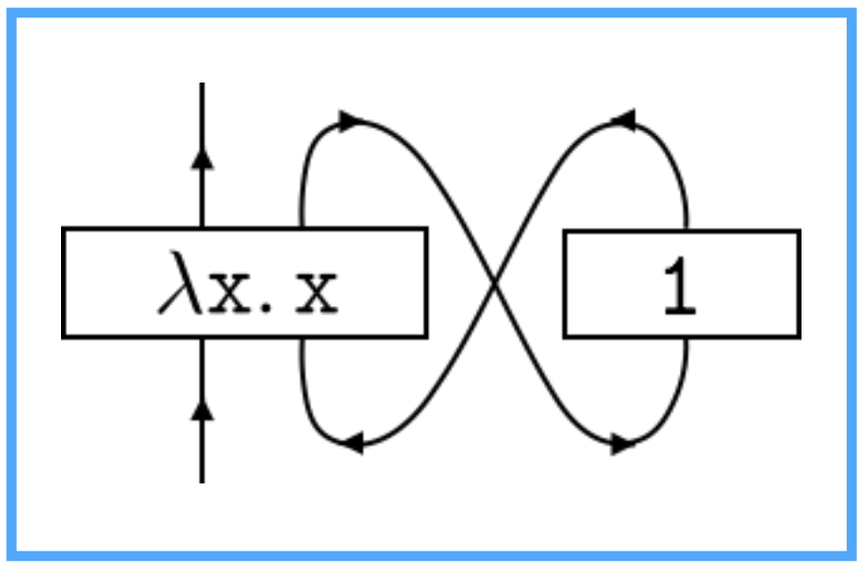
トークンマシン意味論
[Mackie ’95] [Danos & Regnier ’99]

背景：トークンマシン意味論

関数型プログラム

$(\lambda x.\, x)\ 1$

トークンマシン

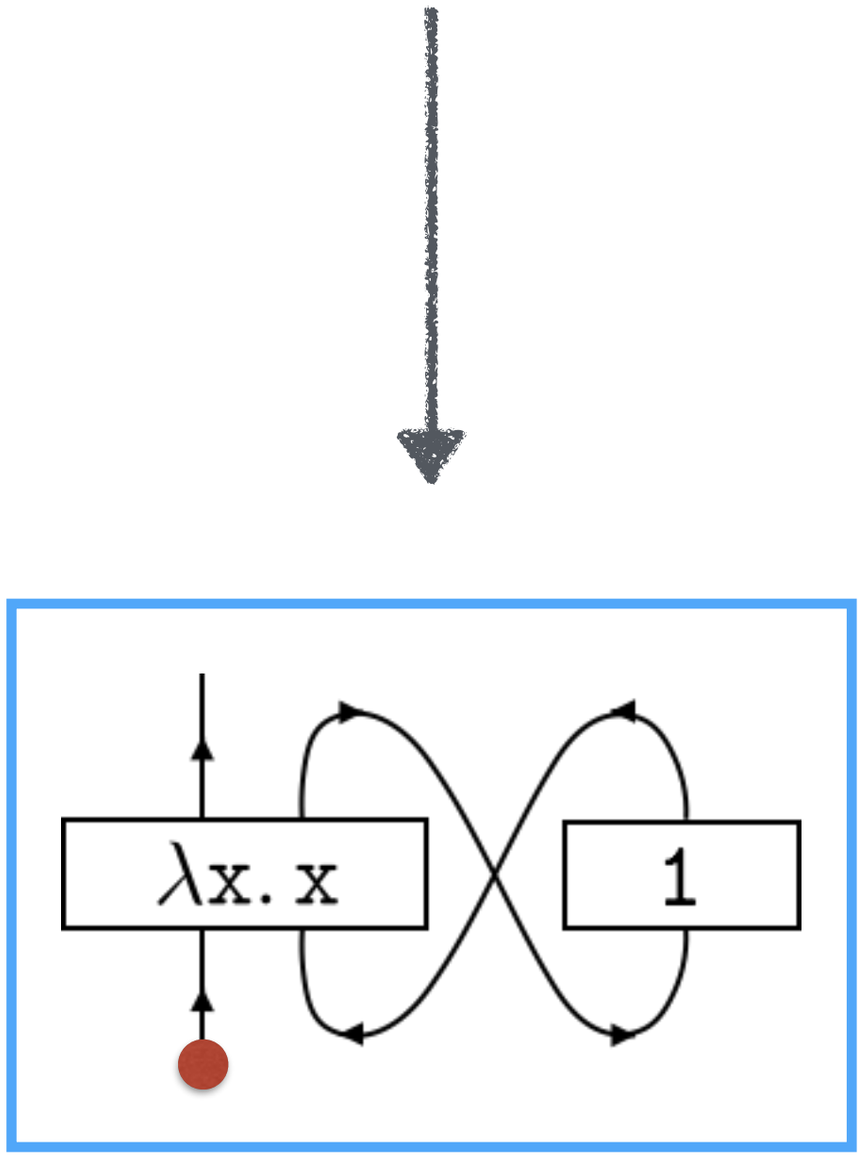


背景：トークンマシン意味論

関数型プログラム

$(\lambda x.\, x)\ 1$

トークンマシン

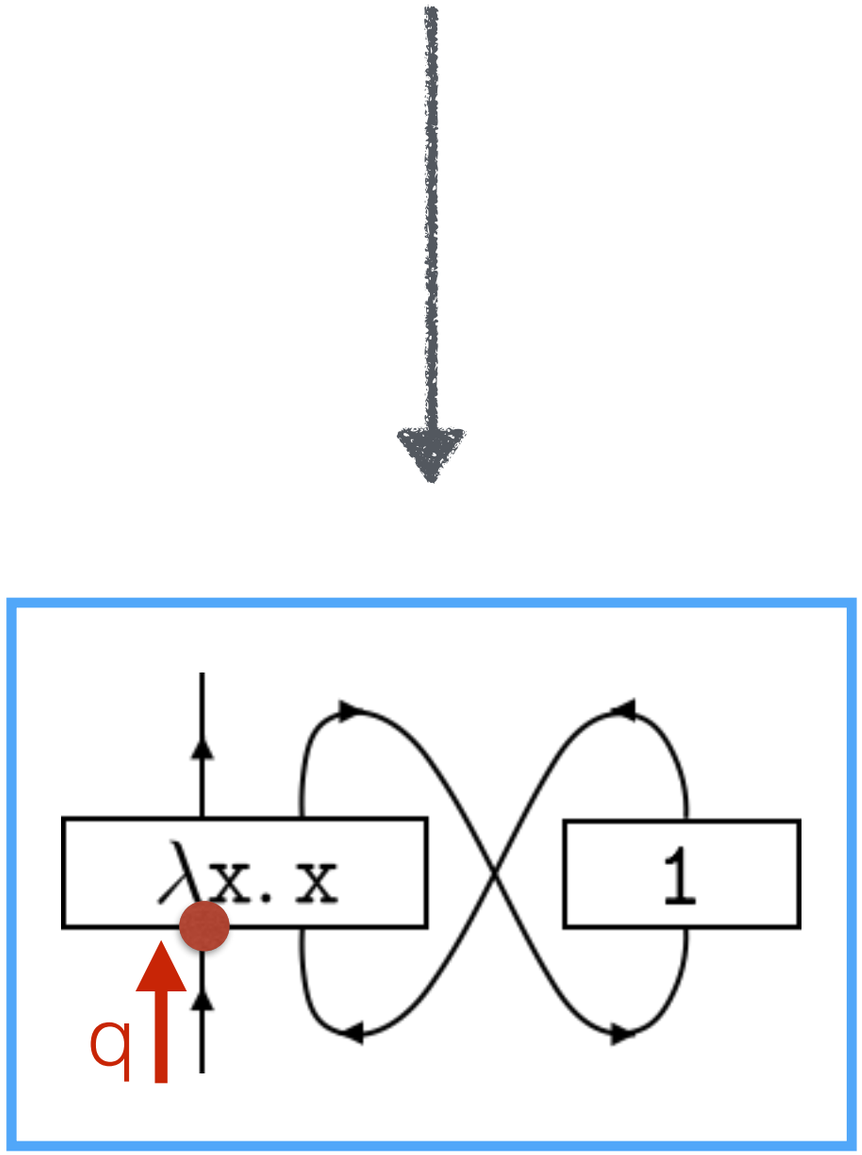


背景：トークンマシン意味論

関数型プログラム

$(\lambda x.\, x)\ 1$

トークンマシン

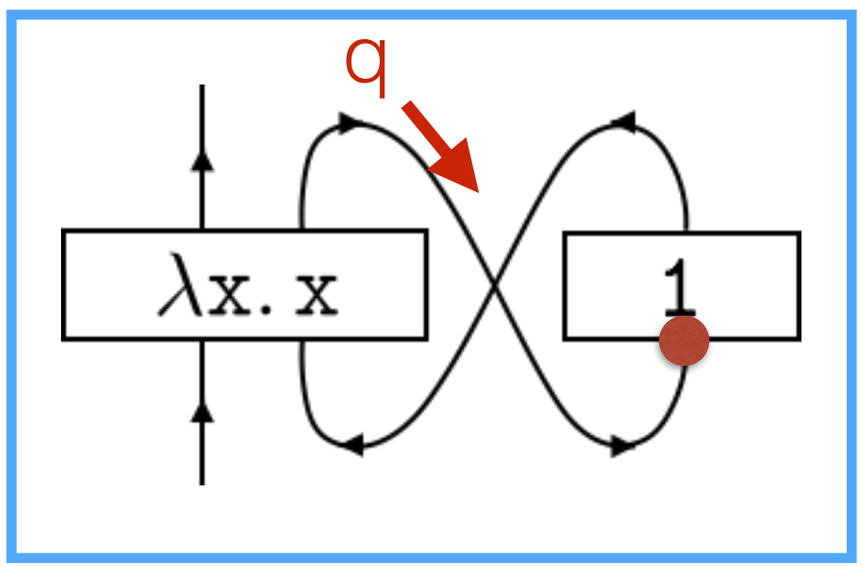


背景：トークンマシン意味論

関数型プログラム

$(\lambda x.\, x)\ 1$

トークンマシン

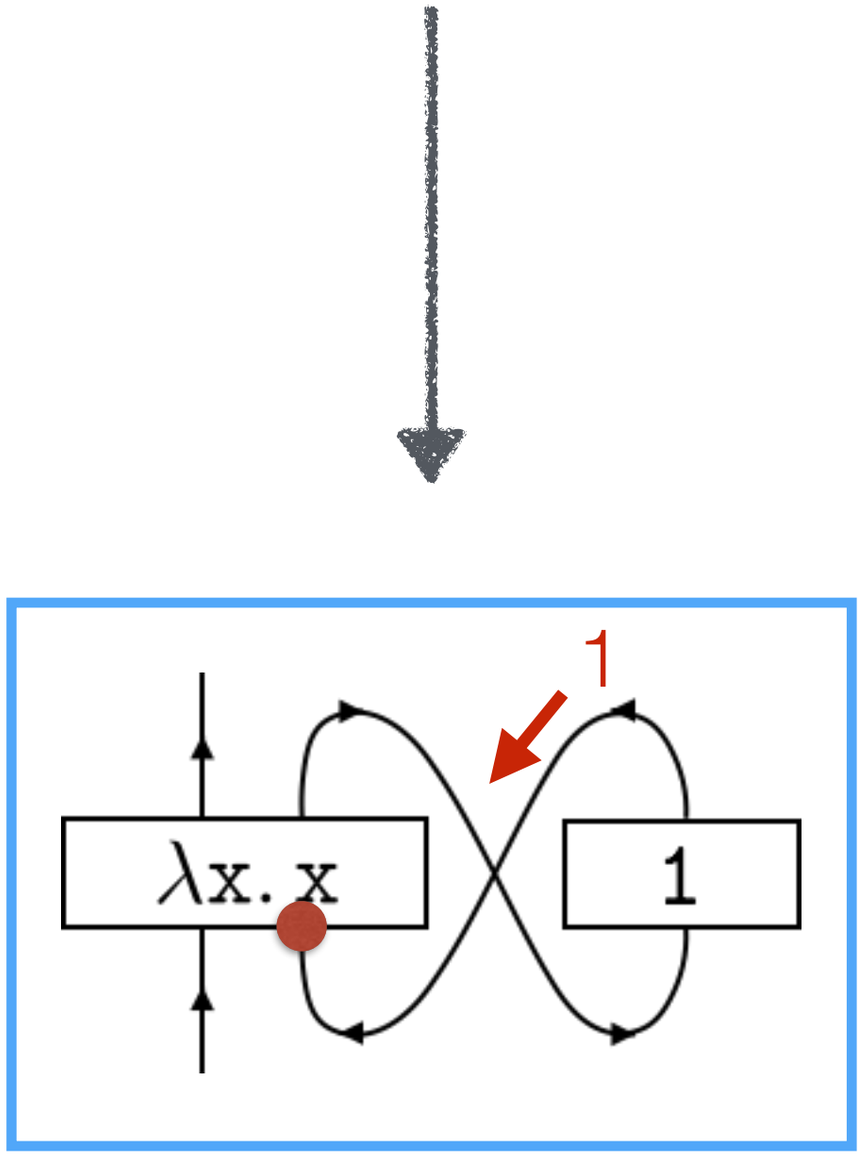


背景：トークンマシン意味論

関数型プログラム

$(\lambda x.\, x)\ 1$

トークンマシン

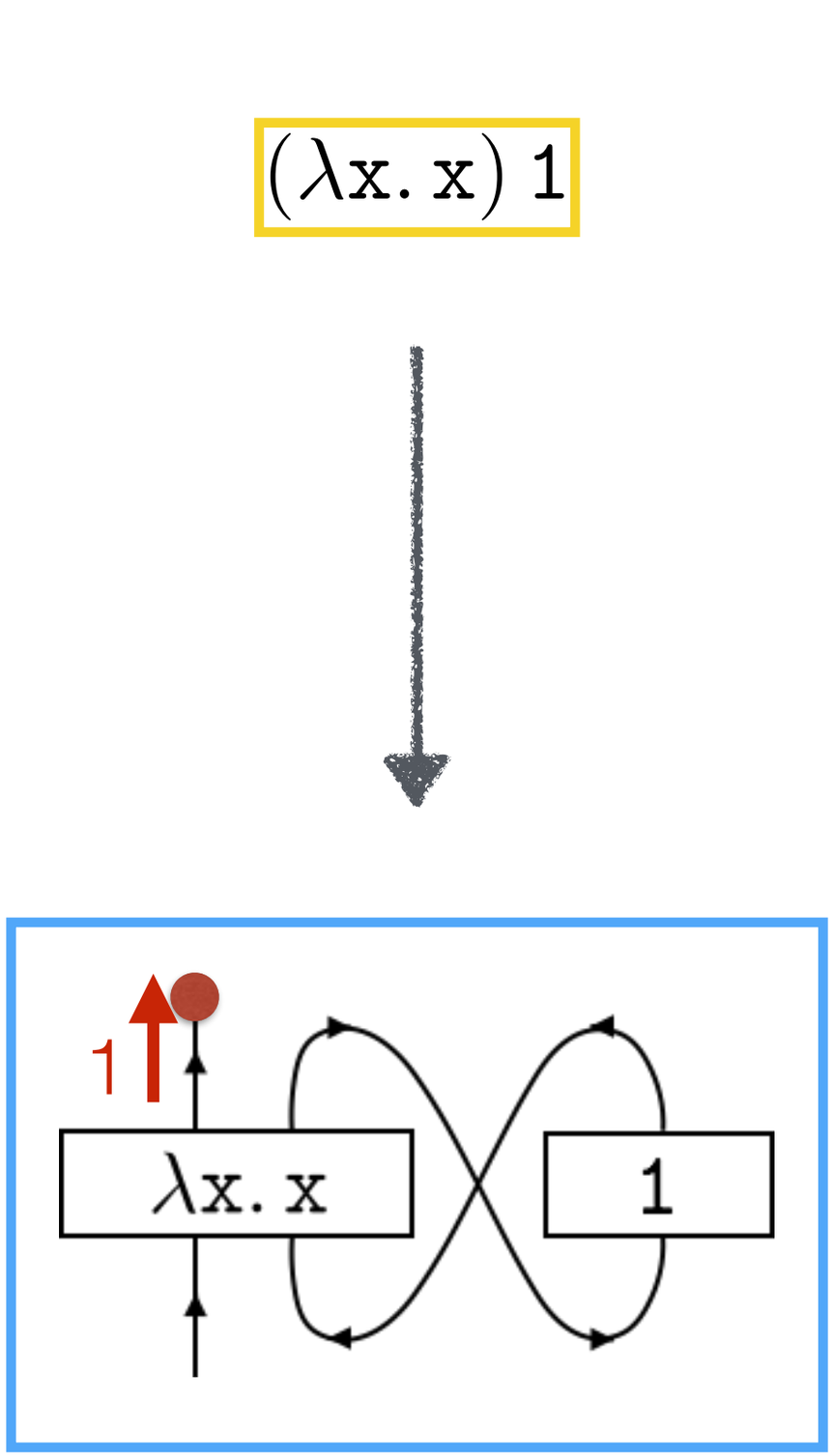


背景：トークンマシン意味論

関数型プログラム

$(\lambda x.\, x)\ 1$

トークンマシン



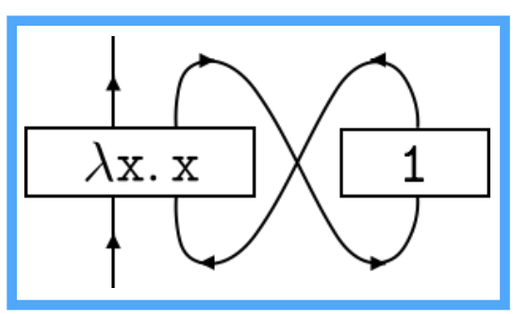
背景：トークンマシン意味論

関数型プログラム

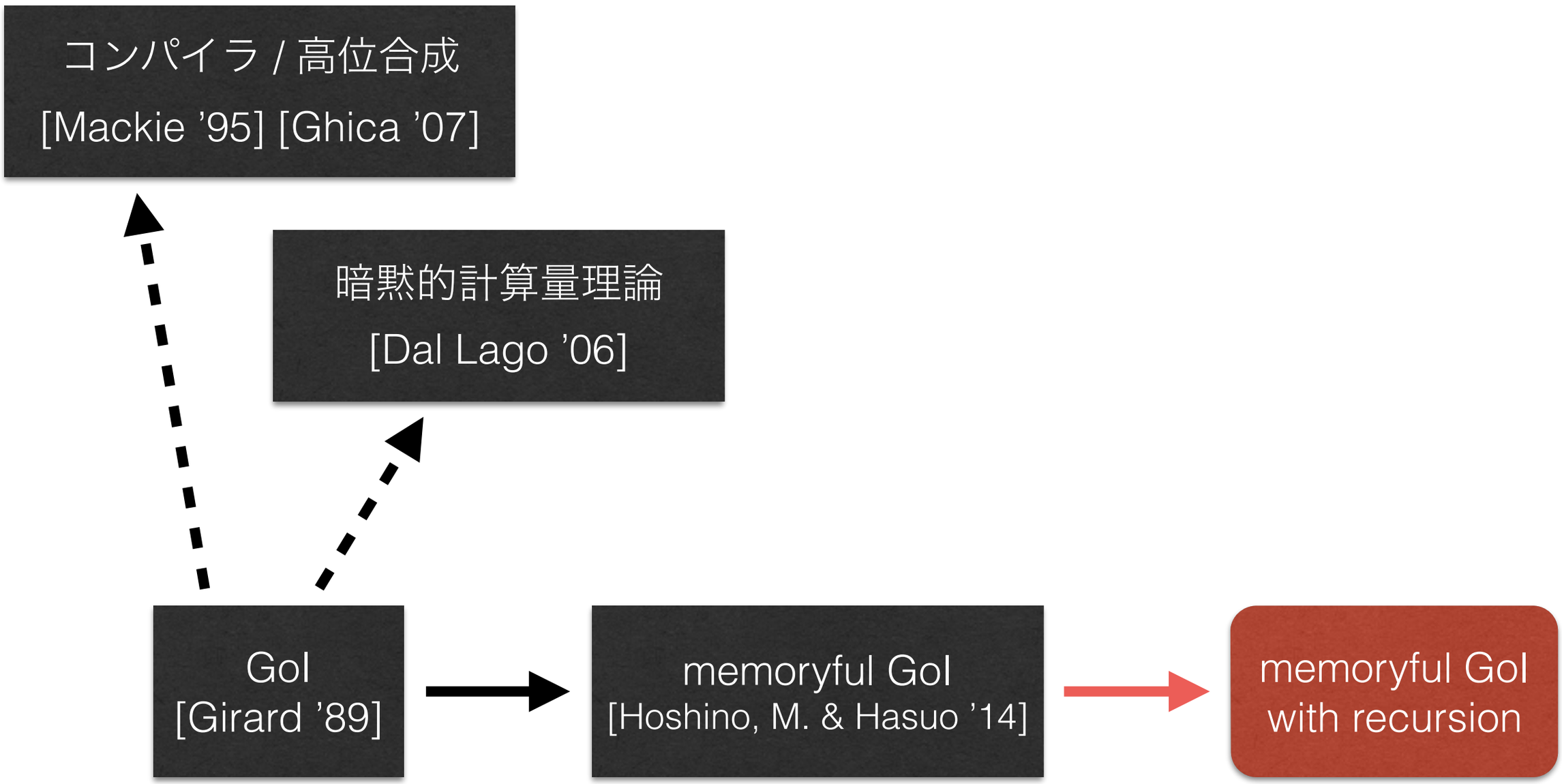
$(\lambda x.\, x)\, 1$

- コンパイル技術への応用 [Mackie ’95] [Ghica ’01]
- 暗黙的計算量理論への応用 [Dal Lago ’06]
- 圏論による定式化 [Abramsky et al. ’02]

トークンマシン



概要

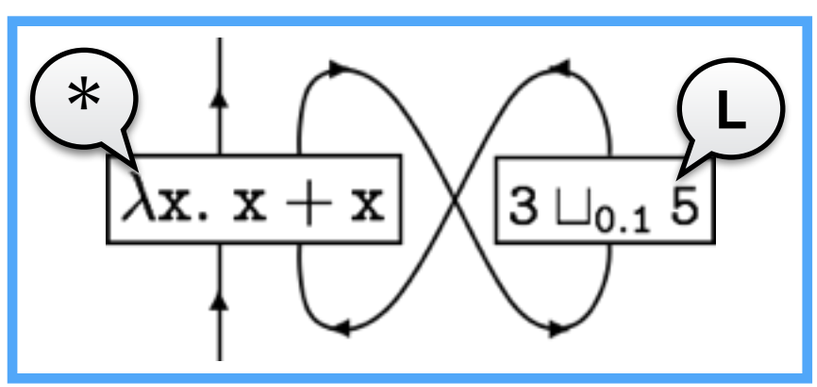

コンパイラ / 高位合成
[Mackie ’95] [Ghica ’07]
暗黙的計算量理論
[Dal Lago ’06]
GoI
[Girard ’89]
memoryful GoI
[Hoshino, M. & Hasuo ’14]
memoryful GoI
with recursion

背景：memoryful GoI [Hoshino, M. & Hasuo ’14]

関数型プログラム ＋ 計算副作用

$(\lambda x.\, x + x)\,(3 \sqcup_{0.1} 5)$

メモリつきトークンマシン

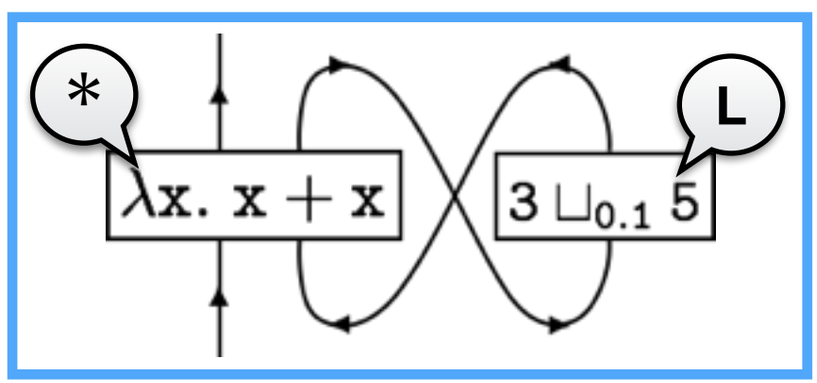


背景：memoryful GoI [Hoshino, M. & Hasuo '14]

関数型プログラム ＋ 計算副作用

$(\lambda \mathtt{x}.\, \mathtt{x} + \mathtt{x})\,(3 \sqcup_{0.1} 5)$

メモリつきトークンマシン



代数的副作用 [Plotkin & Power '01]

- 非決定的選択　$M \sqcup N$
- 確率的選択　$M \sqcup_p N$
- 大域変数の参照、更新

$\mathrm{lookup}_l(M_{v_1}, \ldots, M_{v_{|Val|}})$

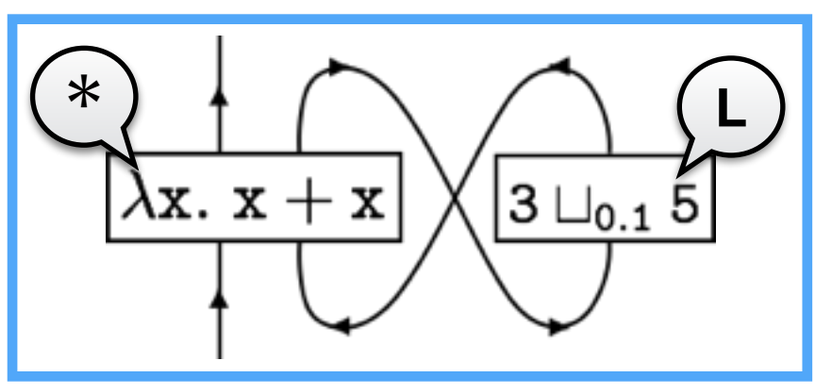
$\mathrm{update}_{l,v}(M)$

背景：memoryful GoI [Hoshino, M. & Hasuo ’14]

関数型プログラム ＋ 計算副作用

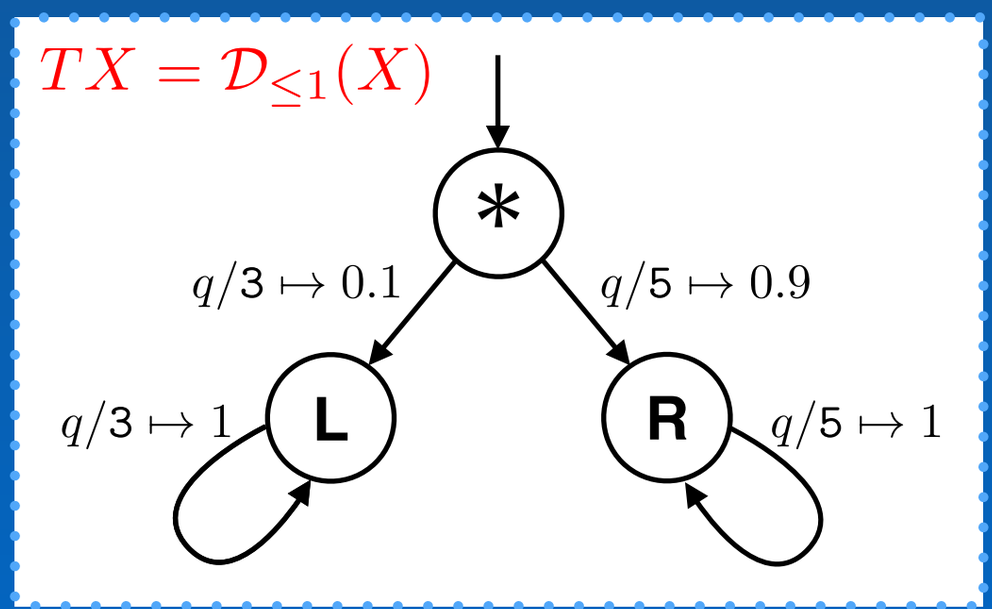
$(\lambda \mathtt{x}.\, \mathtt{x} + \mathtt{x})\,(3 \sqcup_{0.1} 5)$

メモリつきトークンマシン

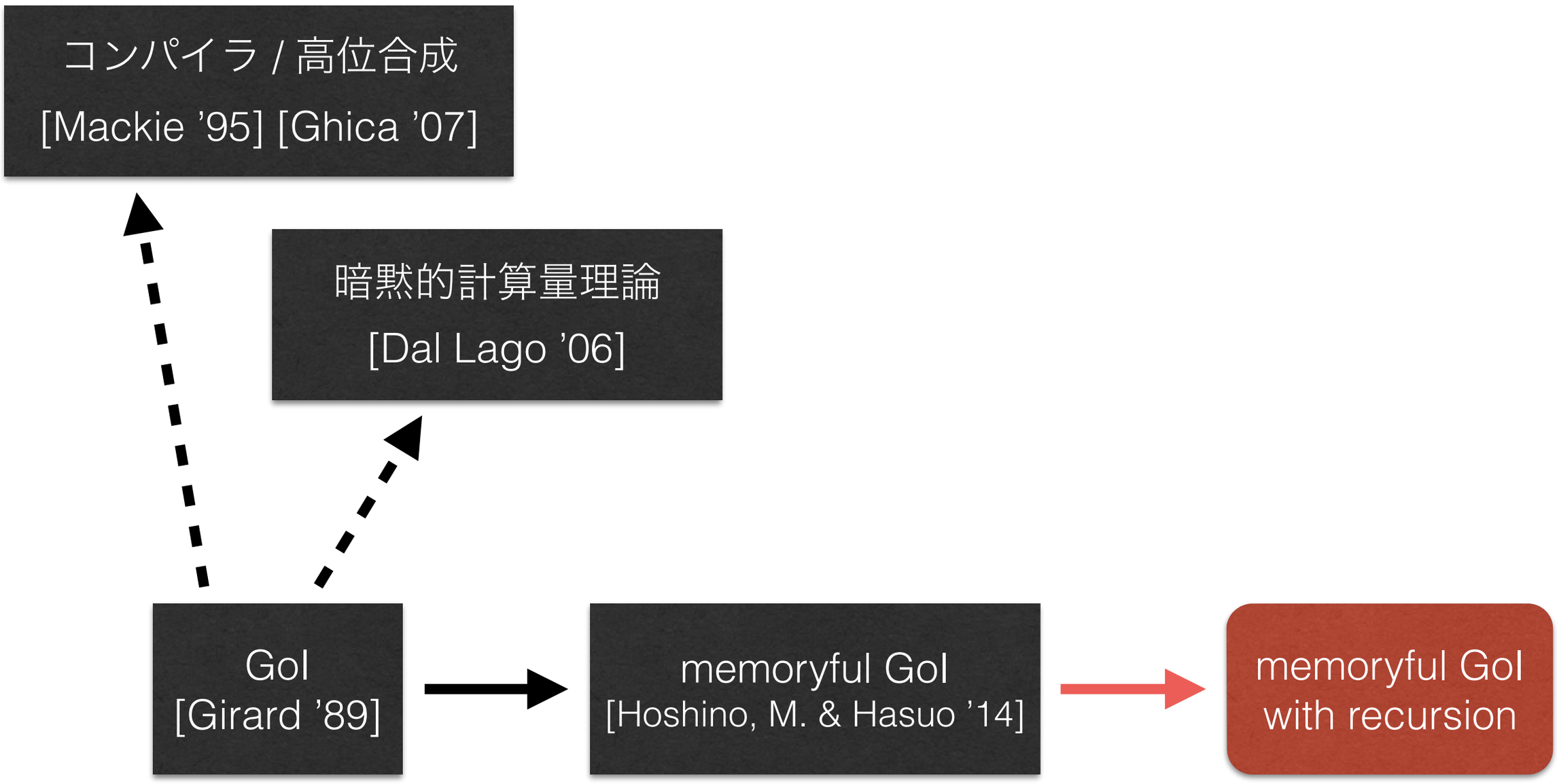


副作用つきミーリーマシン

$$\left(\begin{array}{c} X, \\ c\colon X \times A \to T(X \times B), \\ x_0 \in X \end{array}\right) : A \nrightarrow B$$



概要


コンパイラ / 高位合成
[Mackie ’95] [Ghica ’07]
暗黙的計算量理論
[Dal Lago ’06]
GoI
[Girard ’89]
memoryful GoI
[Hoshino, M. & Hasuo ’14]
memoryful GoI
with recursion

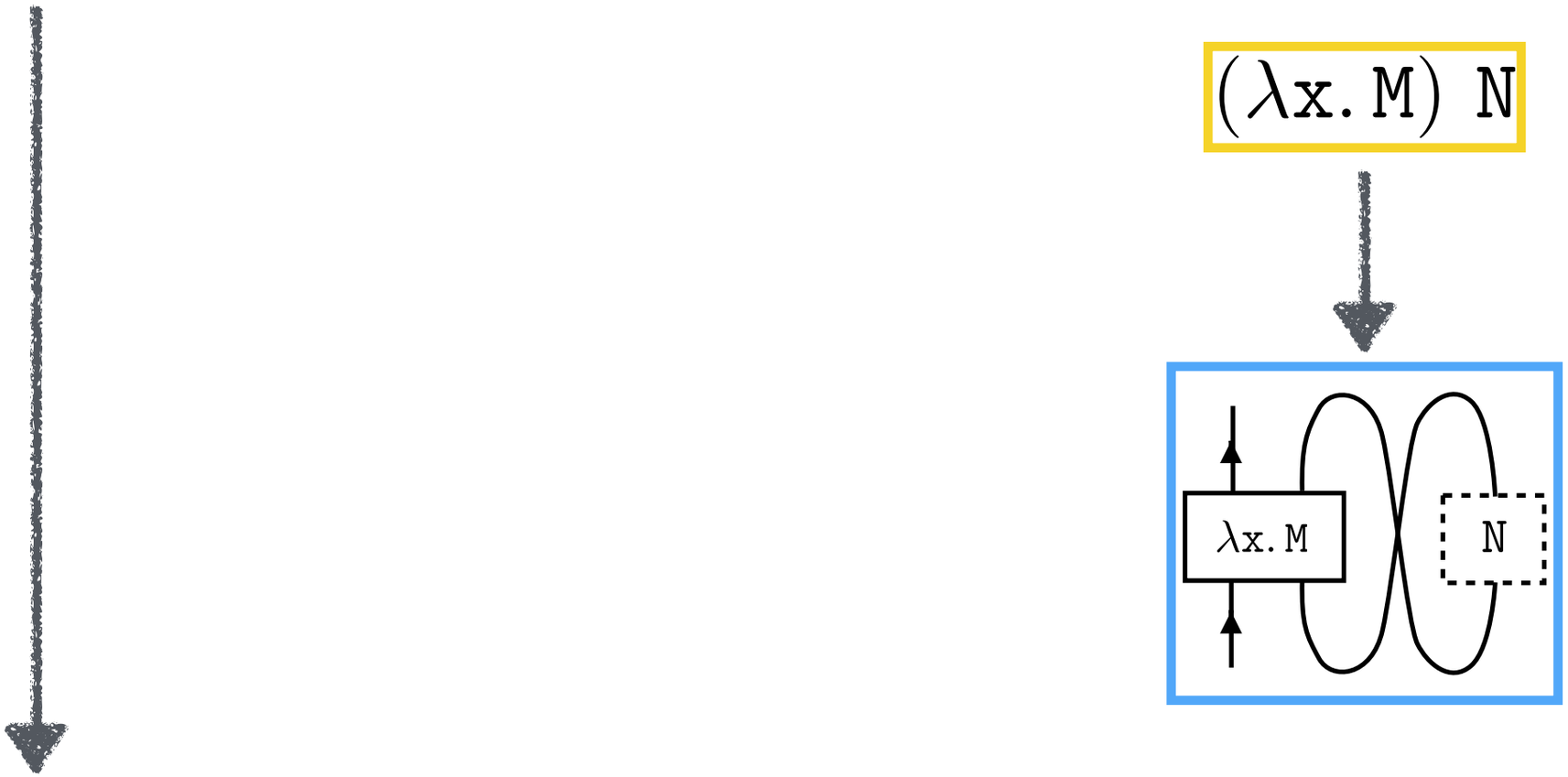
結果：memoryful GoI with recursion

関数型プログラム ＋ 計算副作用 ＋ 再帰

メモリつきトークンマシン

結果：memoryful GoI with recursion

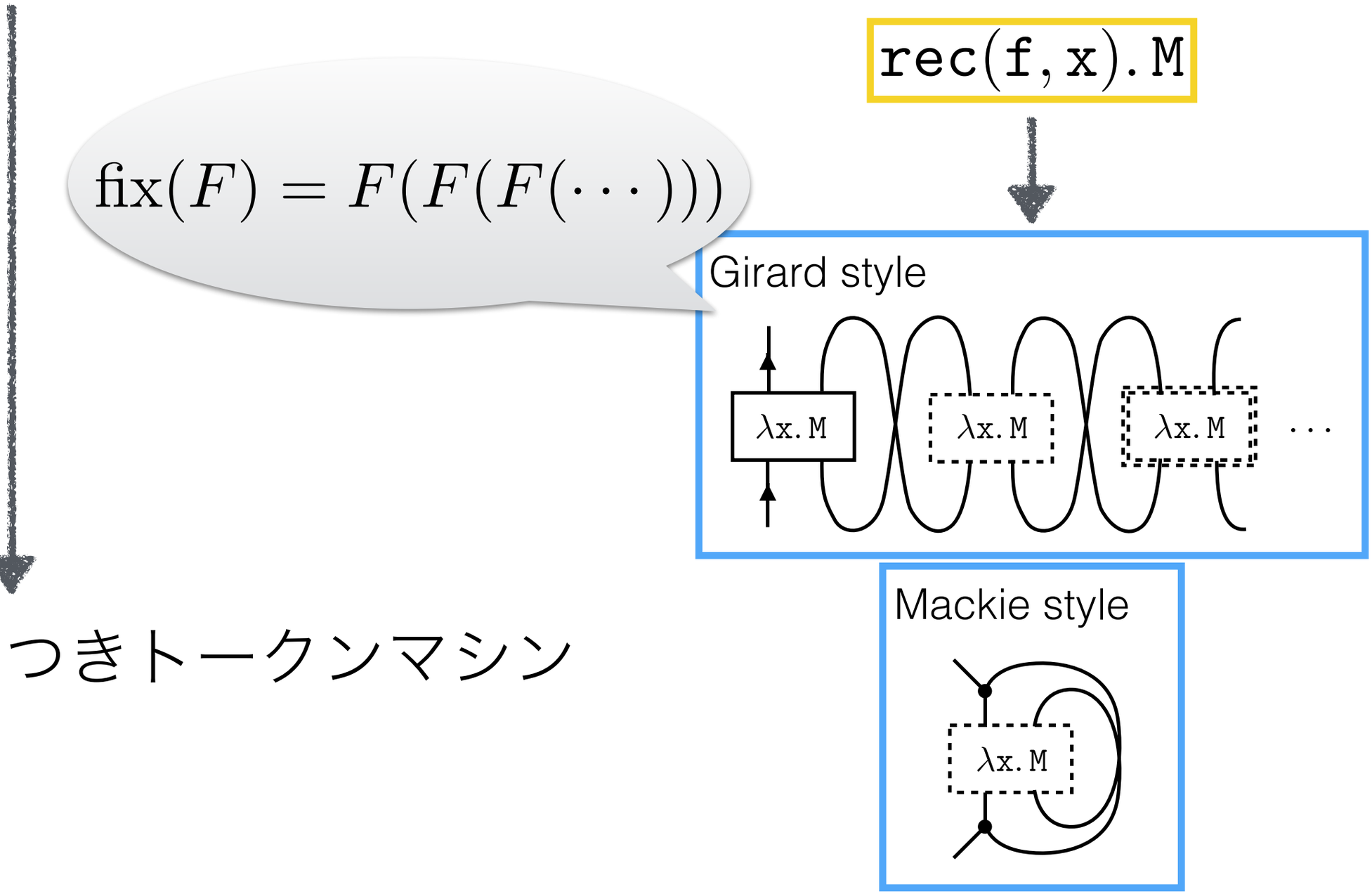
関数型プログラム ＋ 計算副作用 ＋ 再帰



メモリつきトークンマシン

結果：memoryful GoI with recursion

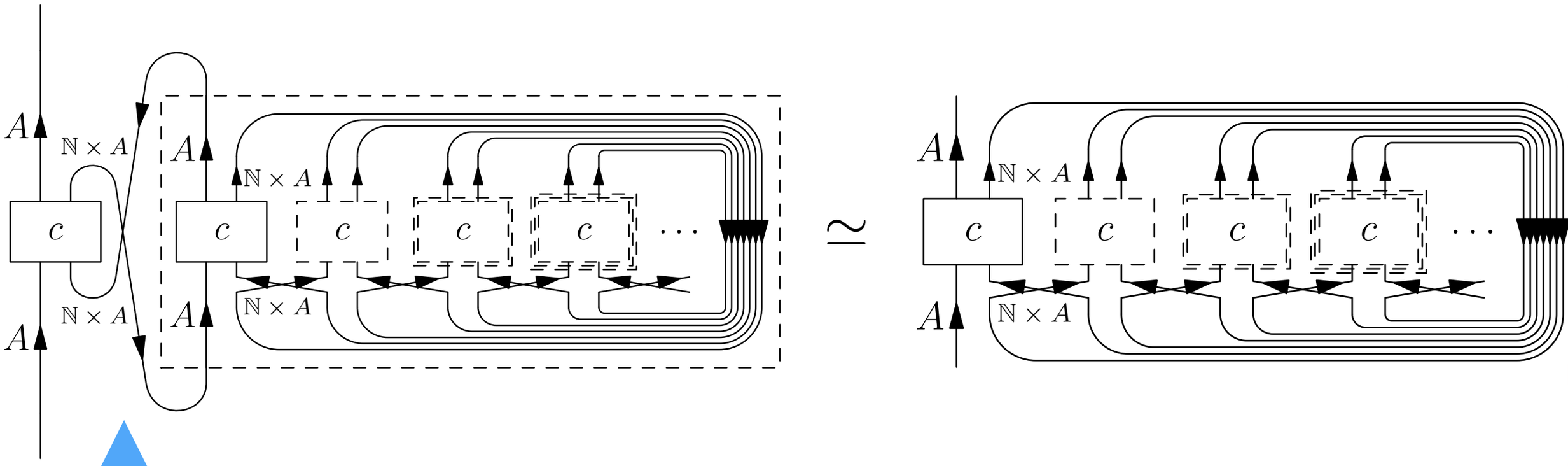
関数型プログラム ＋ 計算副作用 ＋ 再帰

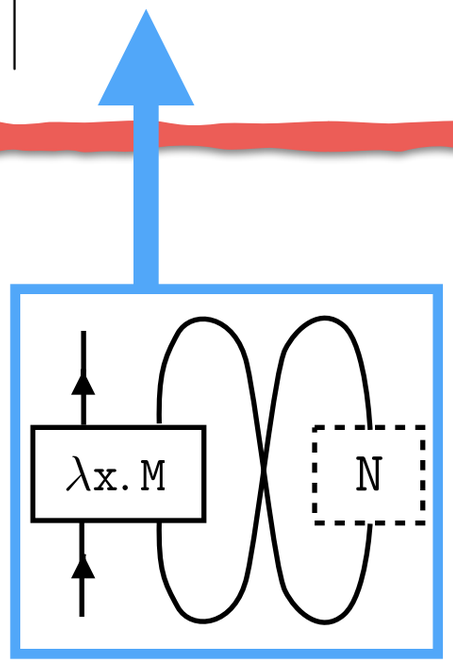


メモリつきトークンマシン

結果：memoryful GoI with recursion

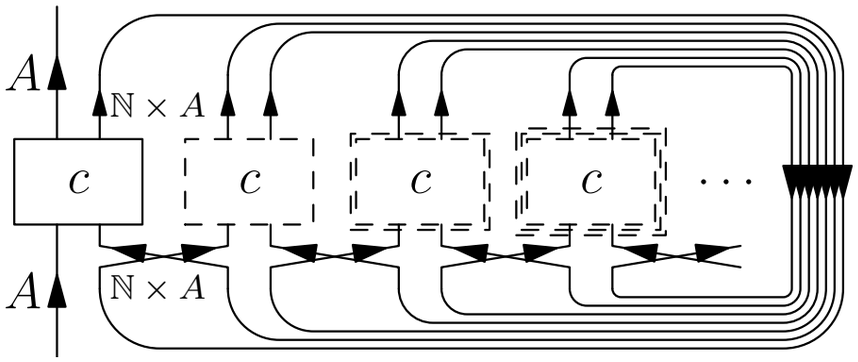
Prop. (Girard style as **fixed point** wrt. “cross connection”)



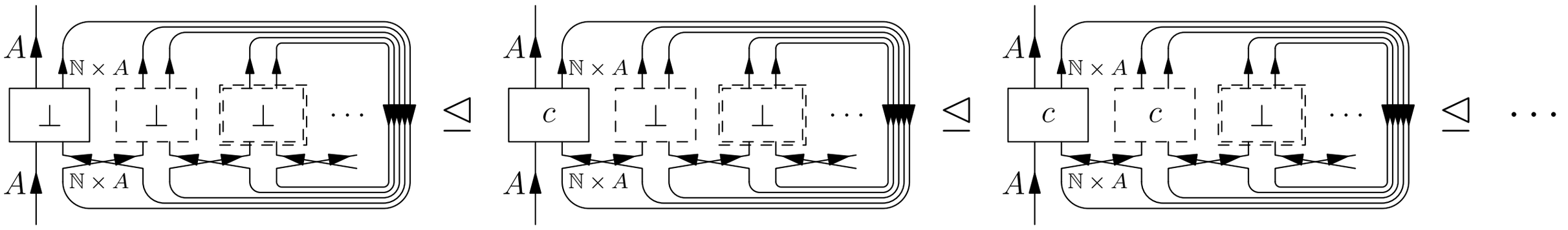


結果：memoryful GoI with recursion

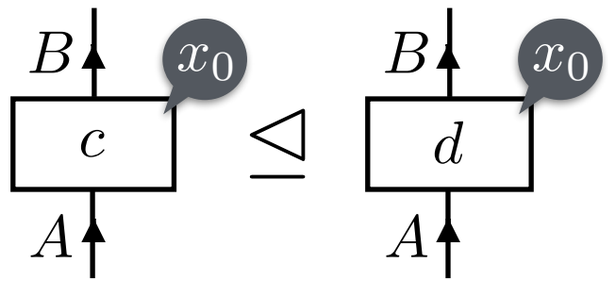
Prop. (Girard style as **supremum** of finite approximations)



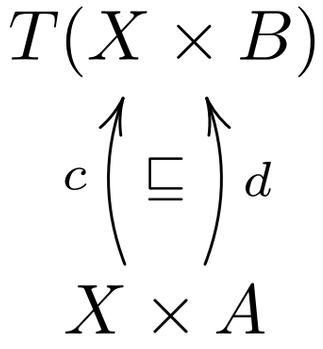
is the supremum of the ω-chain



where



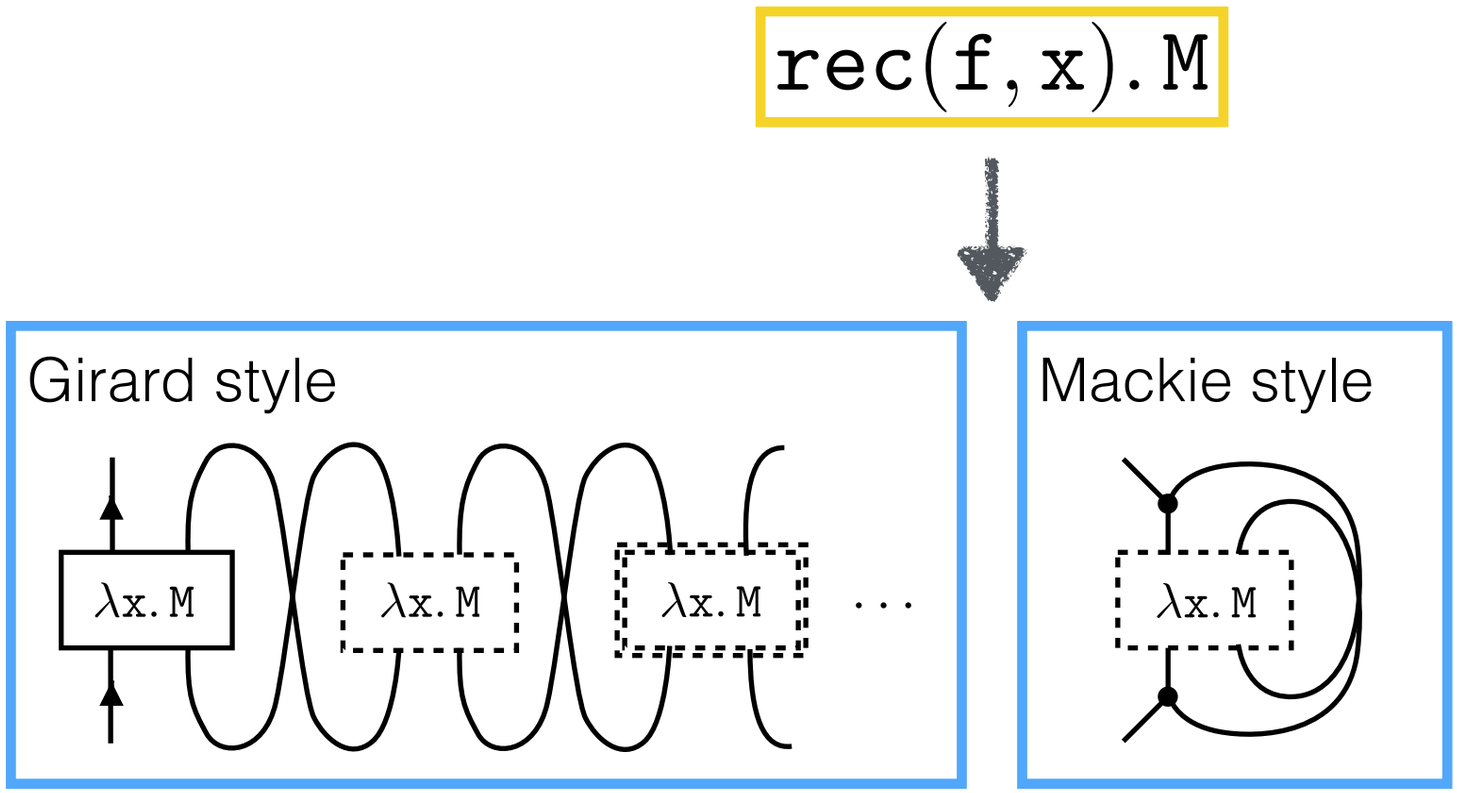
$\overset{\text{def.}}{\Longleftrightarrow}$



結果：memoryful GoI with recursion

Thm. (**coincidence** of Girard style & Mackie style)

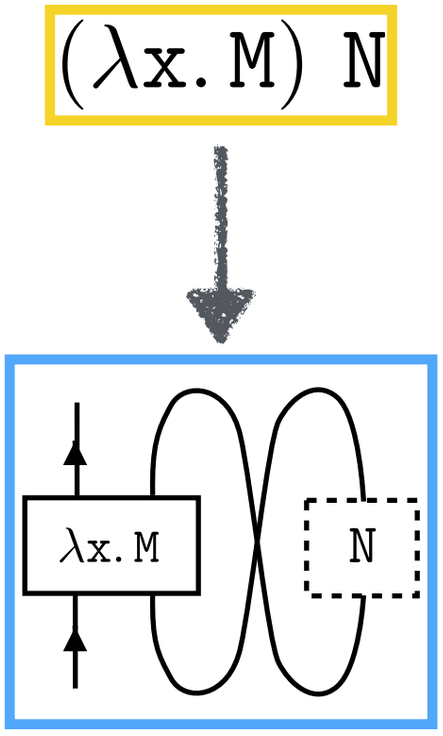
$$(\!|\mathtt{M}|\!)_{\mathrm{Girard}} \simeq (\!|\mathtt{M}|\!)_{\mathrm{Mackie}}$$

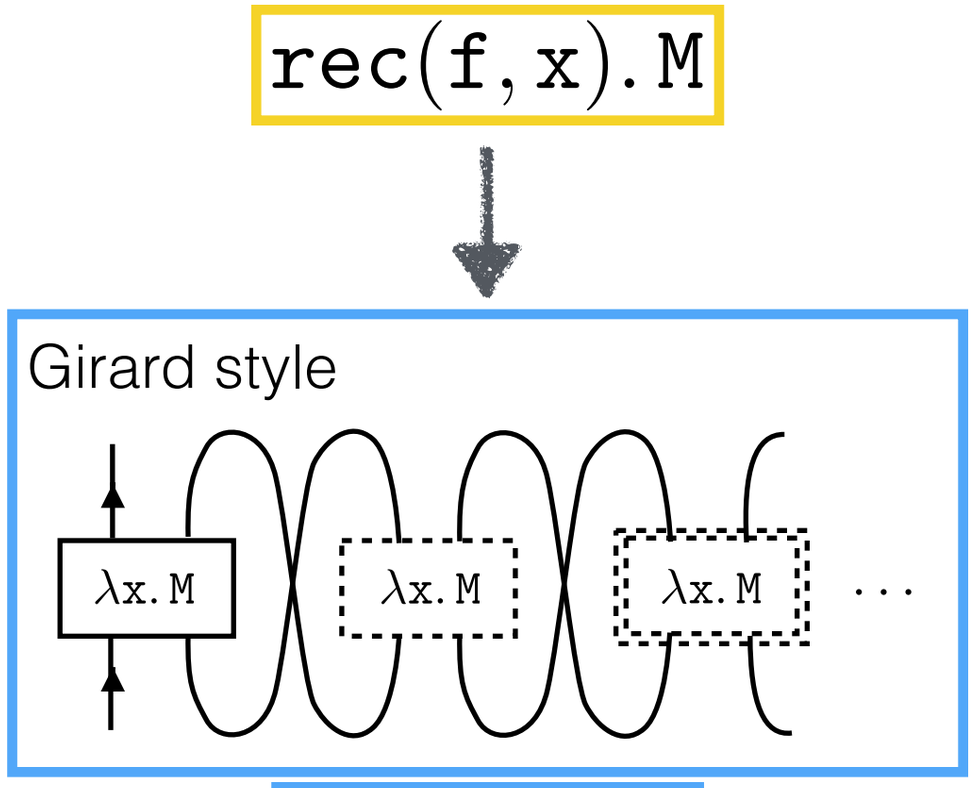


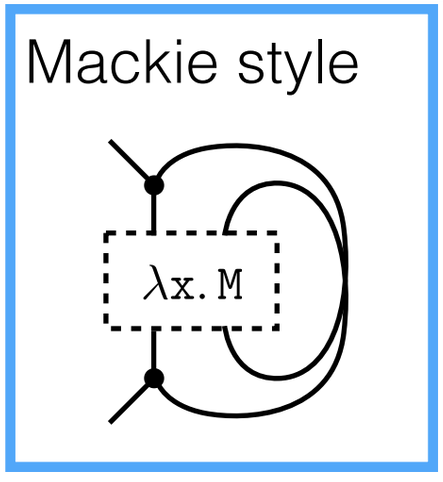
結果：memoryful GoI with recursion

関数型プログラム ＋ 計算副作用 ＋ 再帰

メモリつきトークンマシン







結果：memoryful GoI with recursion

関数型プログラム ＋ 計算副作用 ＋ 再帰

Theorem 6.4 (adequacy)**.** Any closed term M of base type nat satisfies $[\![|\mathtt{M}|]\!] = (\!|\mathtt{M}|\!)^{\dagger}$.

プログラムの
評価結果

メモリつき
トークンマシンの
実行結果

メモリつきトークンマシン

例：再帰的な確率プログラム

$$(\texttt{rec}(\texttt{flipLoop}, \texttt{x}).\, \texttt{choose}_{0.4}(\texttt{x},\ \texttt{flipLoop}\,(\texttt{x}+1)))\ \ 0$$

コイントスの結果	プログラムの返り値	確率
H	0	0.4
TH	1	$0.4 * 0.6^2$
TTH	2	$0.4 * 0.6^3$
TTTH	3	$0.4 * 0.6^4$

例：再帰的な確率プログラム

$$(\texttt{rec}(\texttt{flipLoop}, \texttt{x}).\, \texttt{choose}_{0.4}(\texttt{x},\ \texttt{flipLoop}\,(\texttt{x}+1)))\ \ \texttt{0}$$

$$\text{プログラムの評価結果} \quad = \quad \begin{bmatrix} 0 & \mapsto & 0.4 \\ 1 & \mapsto & 0.4 \times 0.6 \\ 2 & \mapsto & 0.4 \times 0.6^2 \\ 3 & \mapsto & 0.4 \times 0.6^3 \\ & \vdots & \end{bmatrix} \in \mathcal{D}_{\leq 1}(\mathbb{N})$$

例：再帰的な確率プログラム

$$(\texttt{rec}(\texttt{flipLoop}, \texttt{x}).\, \texttt{choose}_{0.4}(\texttt{x},\ \texttt{flipLoop}\,(\texttt{x}+1)))\ \ \texttt{0}$$

プログラムの評価結果 $=$

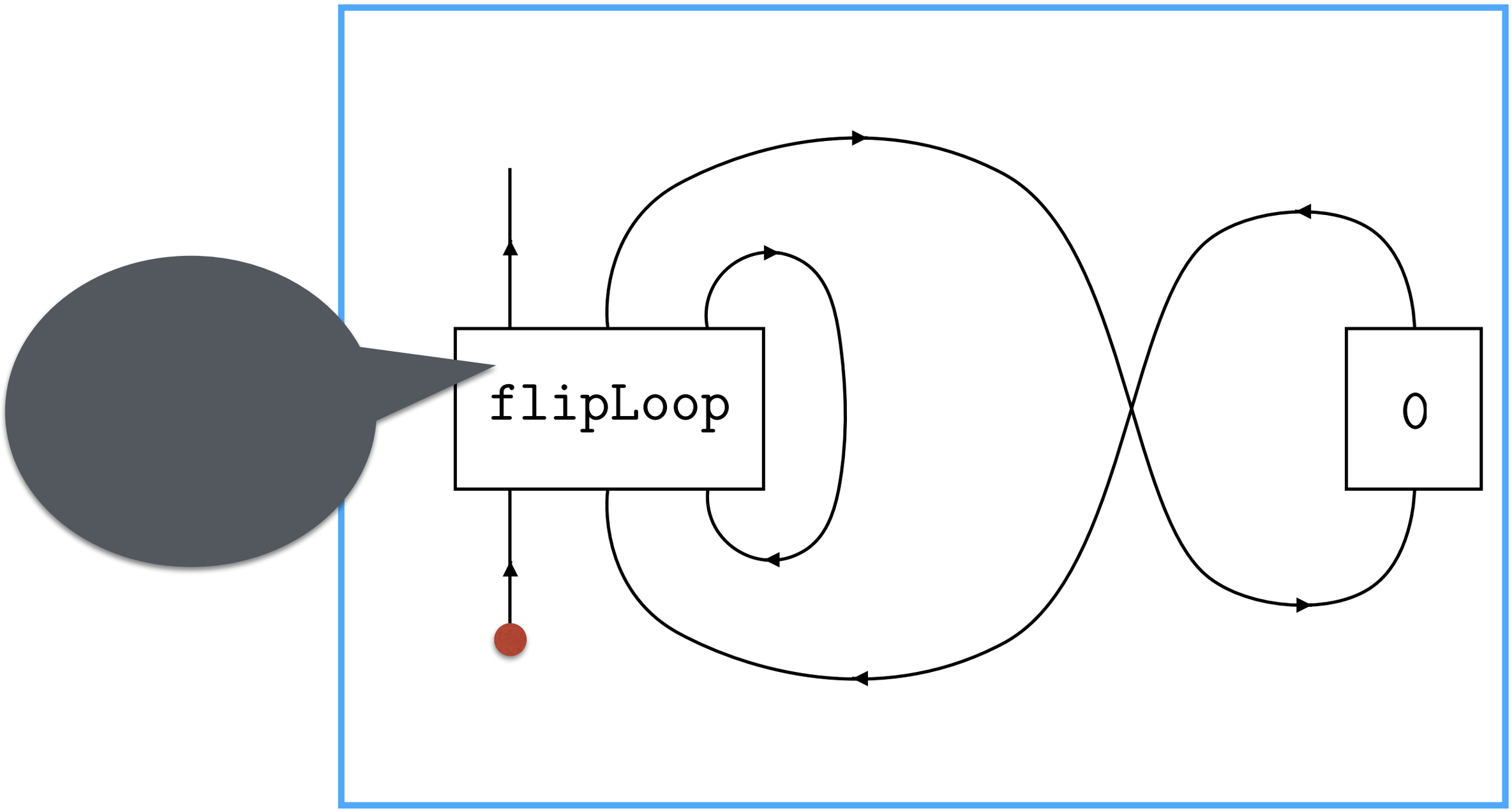
$$\begin{bmatrix} 0 & \mapsto & 0.4 \\ 1 & \mapsto & 0.4 \times 0.6 \\ 2 & \mapsto & 0.4 \times 0.6^2 \\ 3 & \mapsto & 0.4 \times 0.6^3 \\ & \vdots & \end{bmatrix} \in \mathcal{D}_{\leq 1}(\mathbb{N})$$

$\|$

得られる
メモリつきトークンマシンの
実行結果

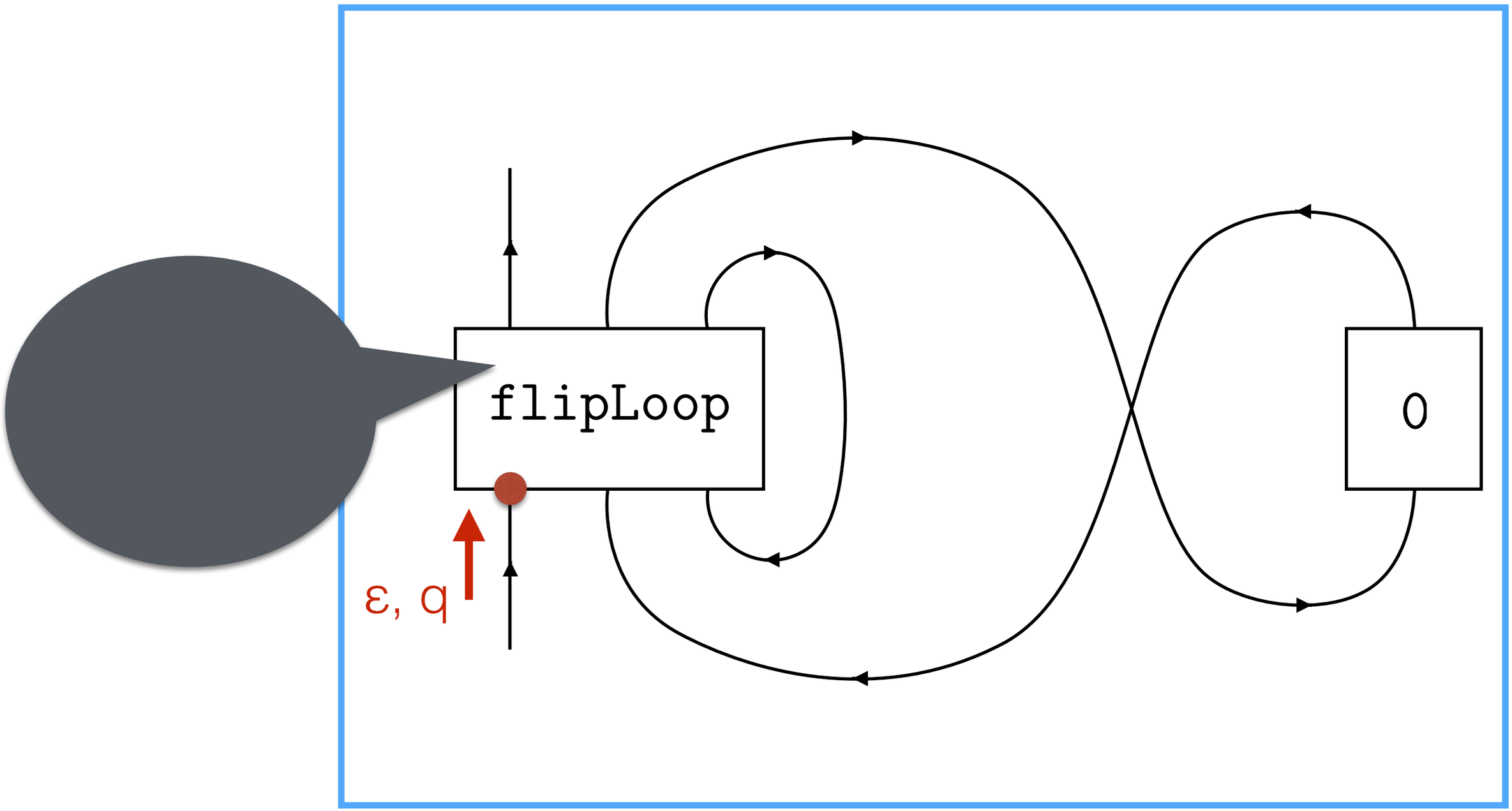
例：再帰的な確率プログラム

$$(\mathtt{rec}(\mathtt{flipLoop}, \mathtt{x}).\, \mathtt{choose}_{0.4}(\mathtt{x},\ \mathtt{flipLoop}\,(\mathtt{x}+1)))\ \ 0$$



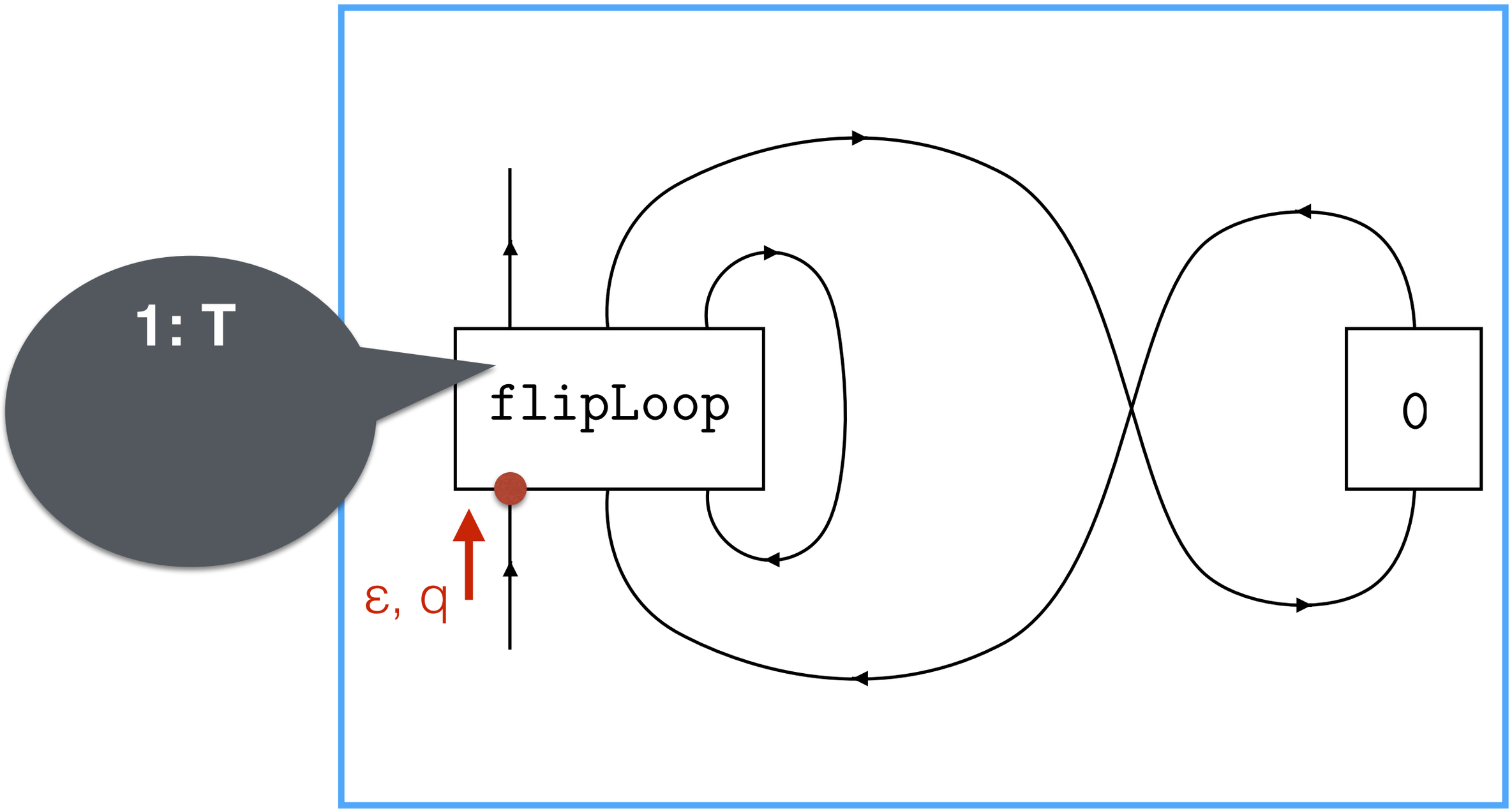
例：再帰的な確率プログラム

$$(\mathtt{rec}(\mathtt{flipLoop}, \mathtt{x}).\, \mathtt{choose}_{0.4}(\mathtt{x},\ \mathtt{flipLoop}\,(\mathtt{x}+1)))\ \ 0$$



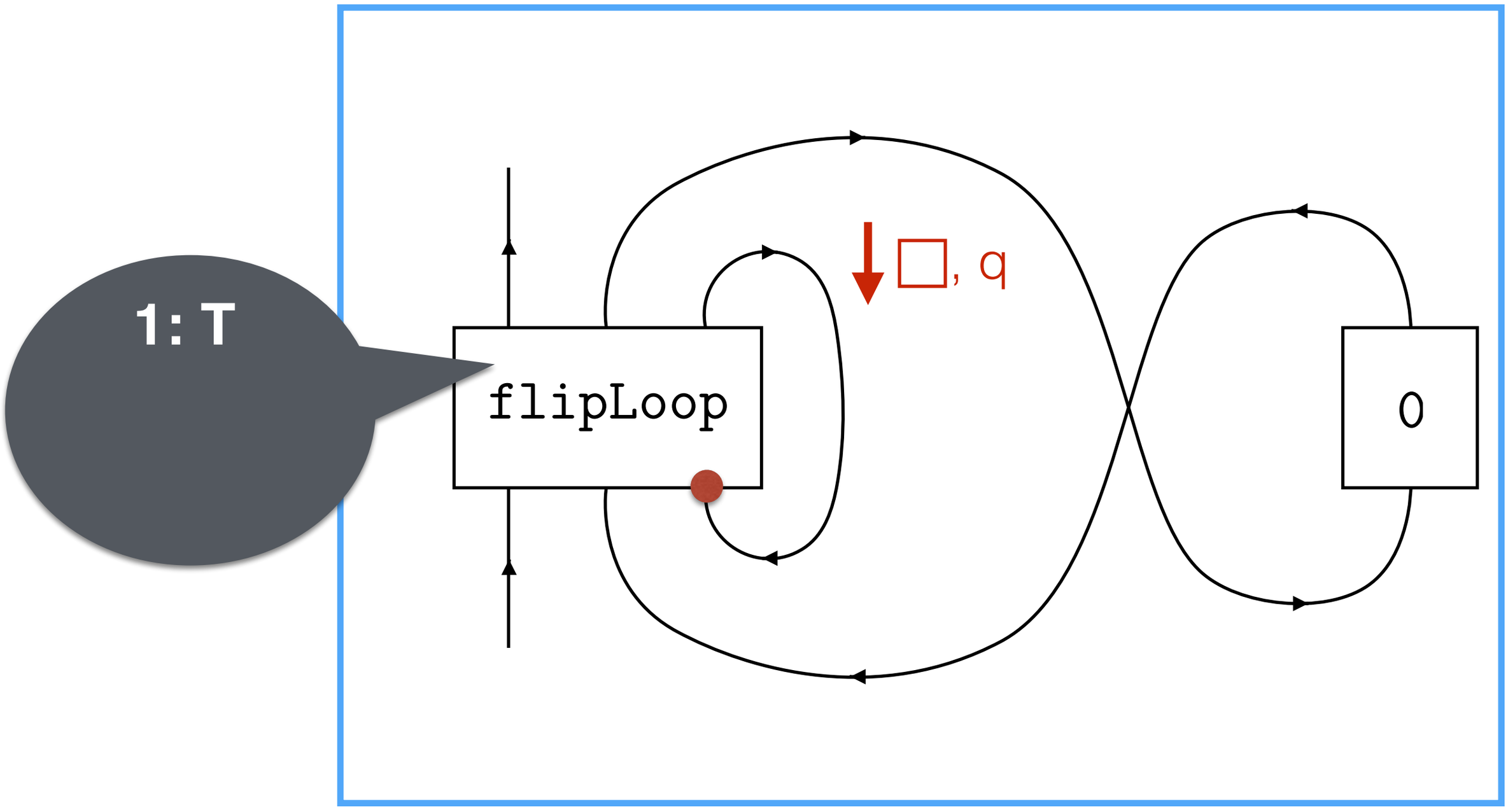
例：再帰的な確率プログラム

$$(\mathtt{rec}(\mathtt{flipLoop}, \mathtt{x}).\, \mathtt{choose}_{0.4}(\mathtt{x},\ \mathtt{flipLoop}\,(\mathtt{x}+1)))\ \ 0$$



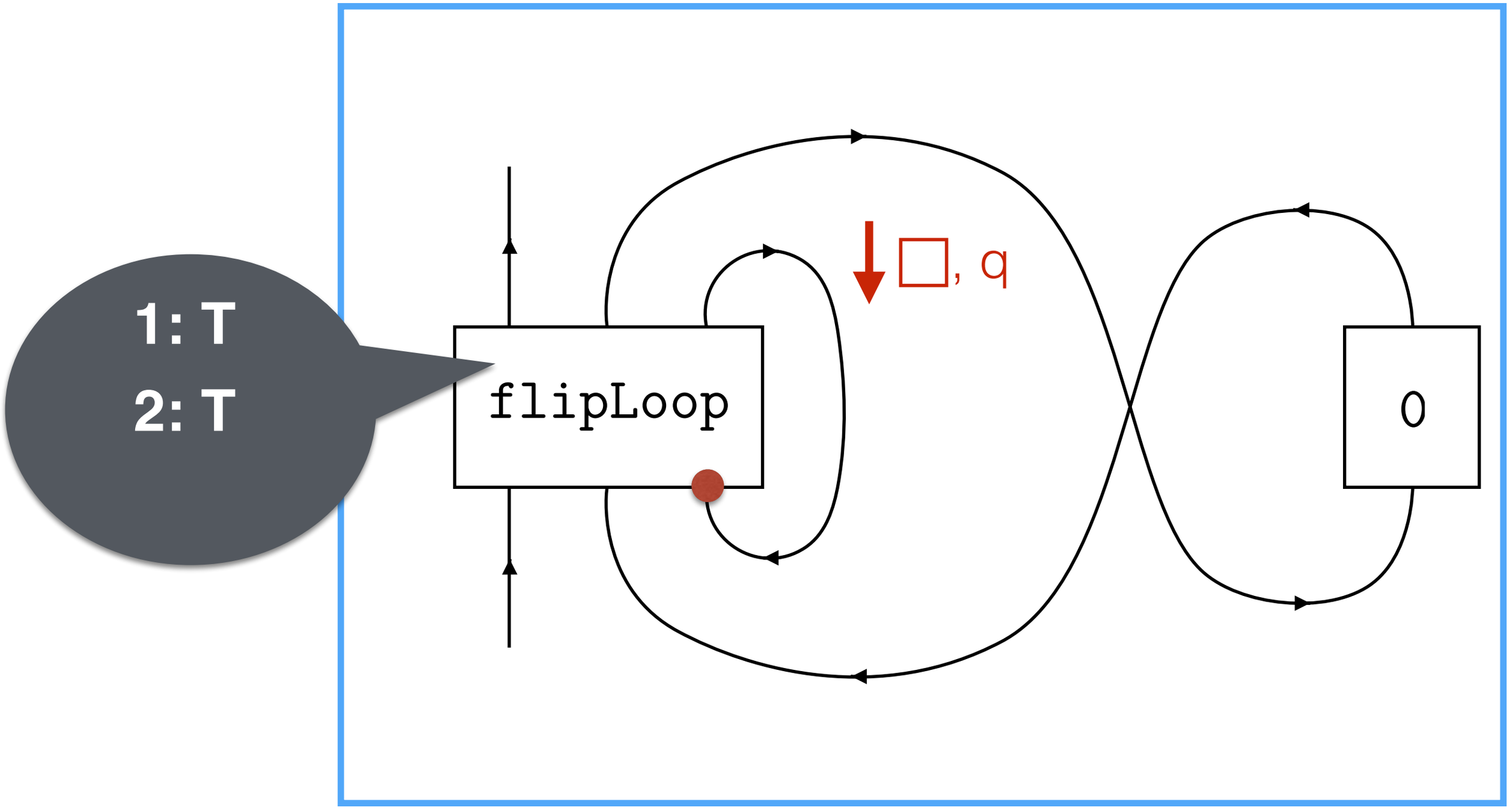
例：再帰的な確率プログラム

$$(\mathtt{rec}(\mathtt{flipLoop}, \mathtt{x}).\, \mathtt{choose}_{0.4}(\mathtt{x},\ \mathtt{flipLoop}\,(\mathtt{x}+1)))\ \ 0$$



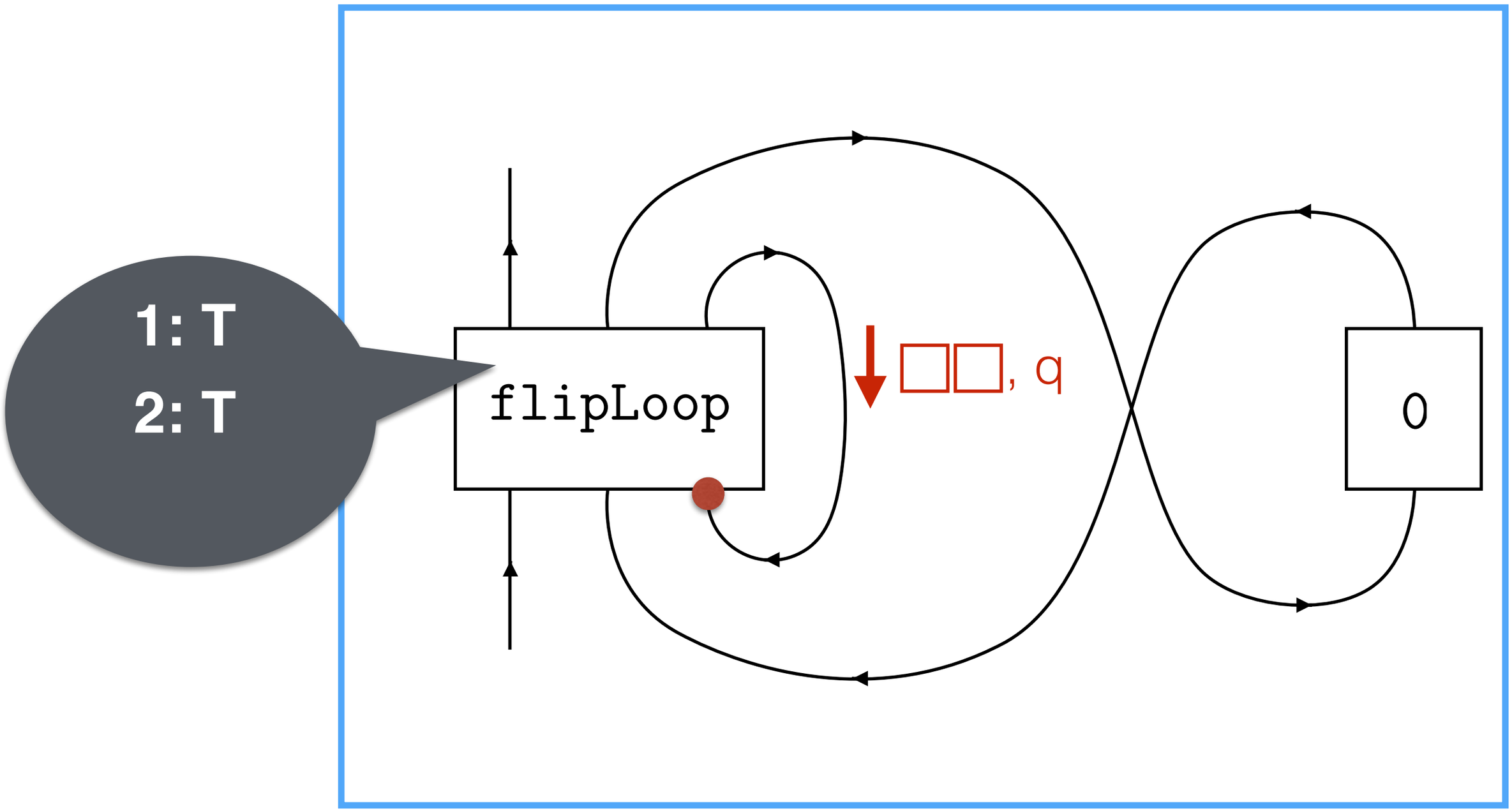
例：再帰的な確率プログラム

$$(\mathtt{rec}(\mathtt{flipLoop}, \mathtt{x}).\, \mathtt{choose}_{0.4}(\mathtt{x},\ \mathtt{flipLoop}\,(\mathtt{x}+1)))\ \ 0$$



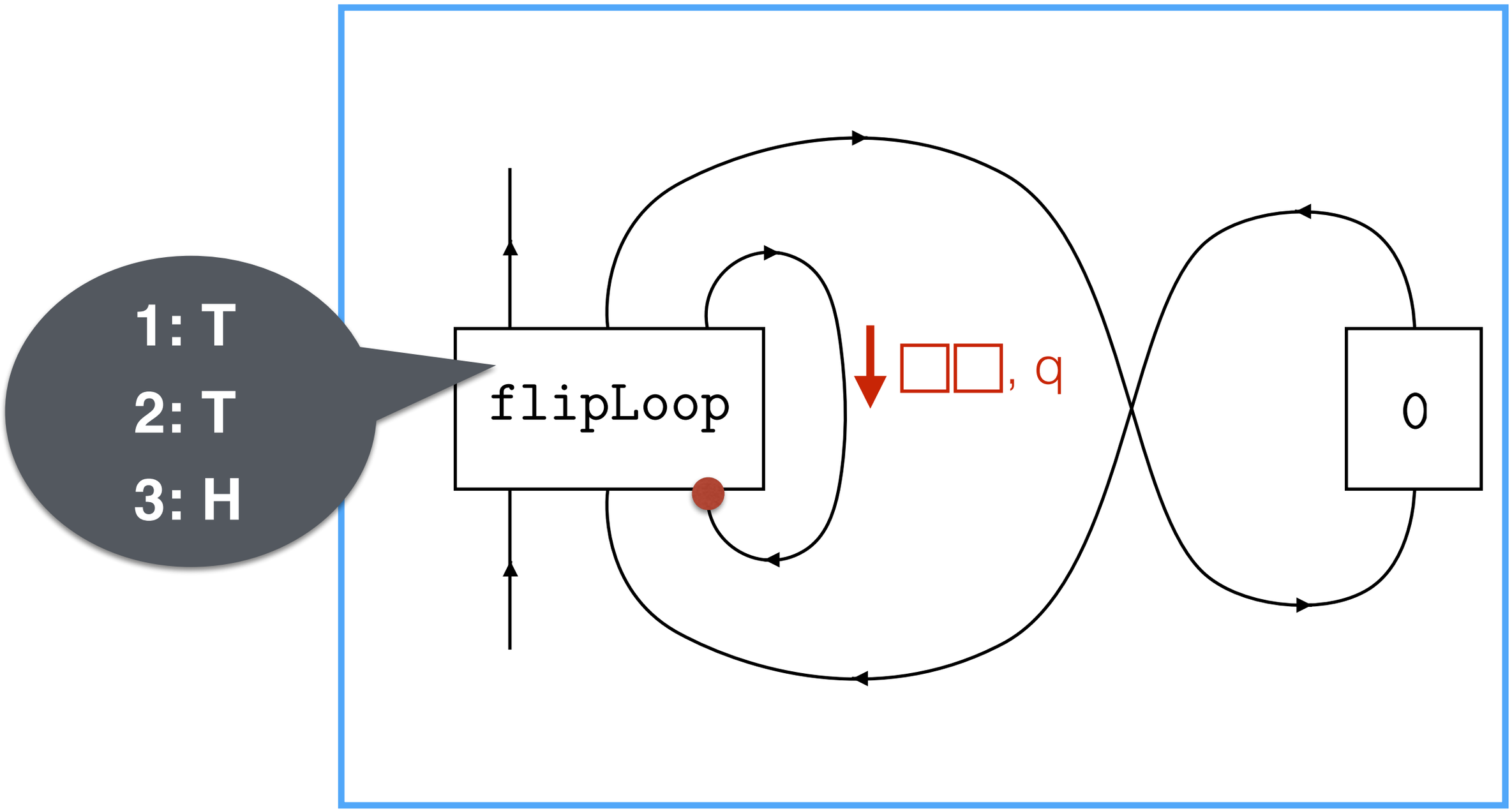
例：再帰的な確率プログラム

$$(\mathtt{rec}(\mathtt{flipLoop}, \mathtt{x}).\, \mathtt{choose}_{0.4}(\mathtt{x},\ \mathtt{flipLoop}\,(\mathtt{x}+1)))\ \ 0$$



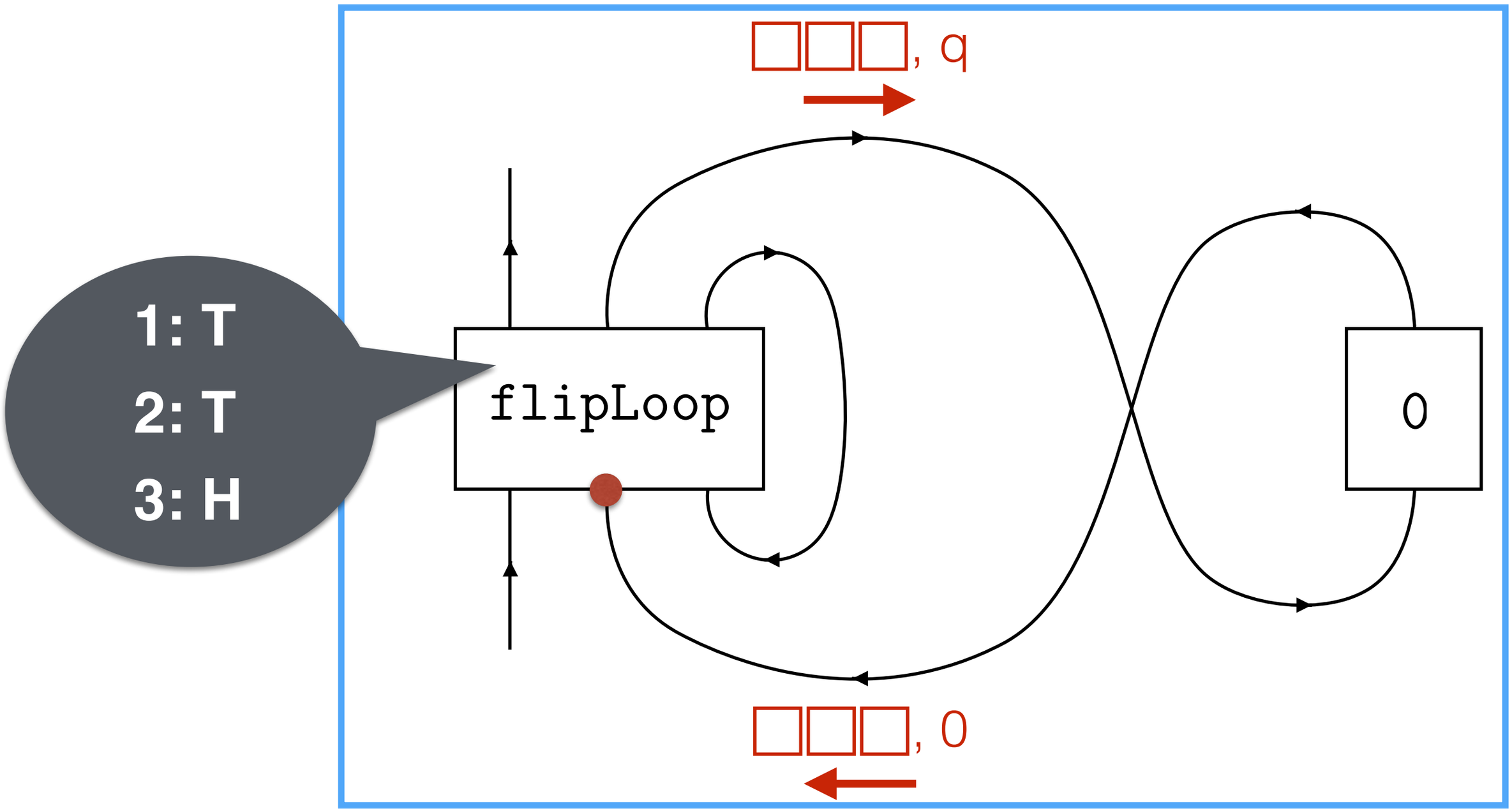
例：再帰的な確率プログラム

$$(\mathtt{rec}(\mathtt{flipLoop}, \mathtt{x}).\, \mathtt{choose}_{0.4}(\mathtt{x},\ \mathtt{flipLoop}\,(\mathtt{x}+1)))\ \ 0$$



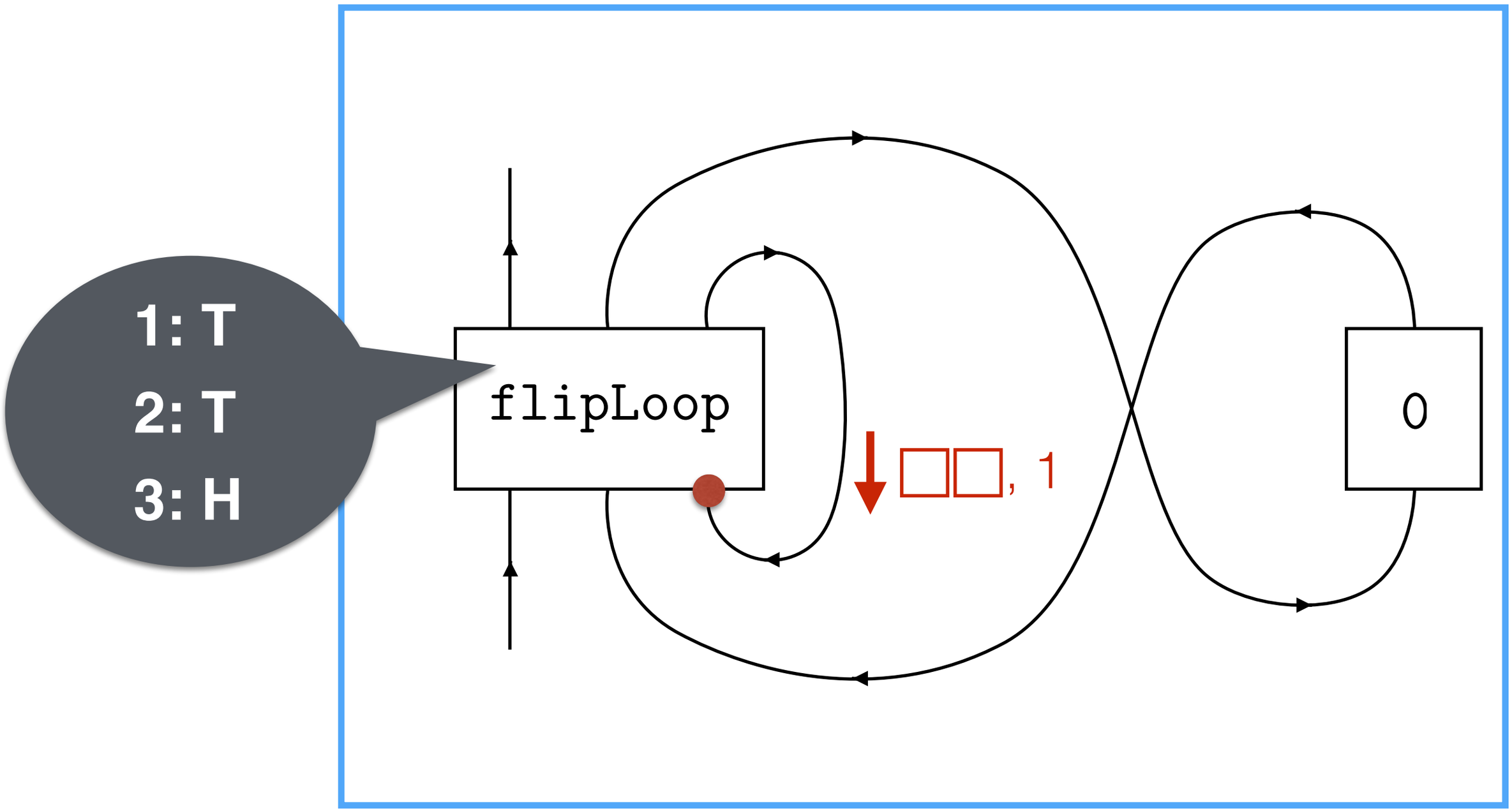
例：再帰的な確率プログラム

$$(\texttt{rec}(\texttt{flipLoop}, \texttt{x}).\, \texttt{choose}_{0.4}(\texttt{x},\ \texttt{flipLoop}\,(\texttt{x}+1)))\ \ 0$$



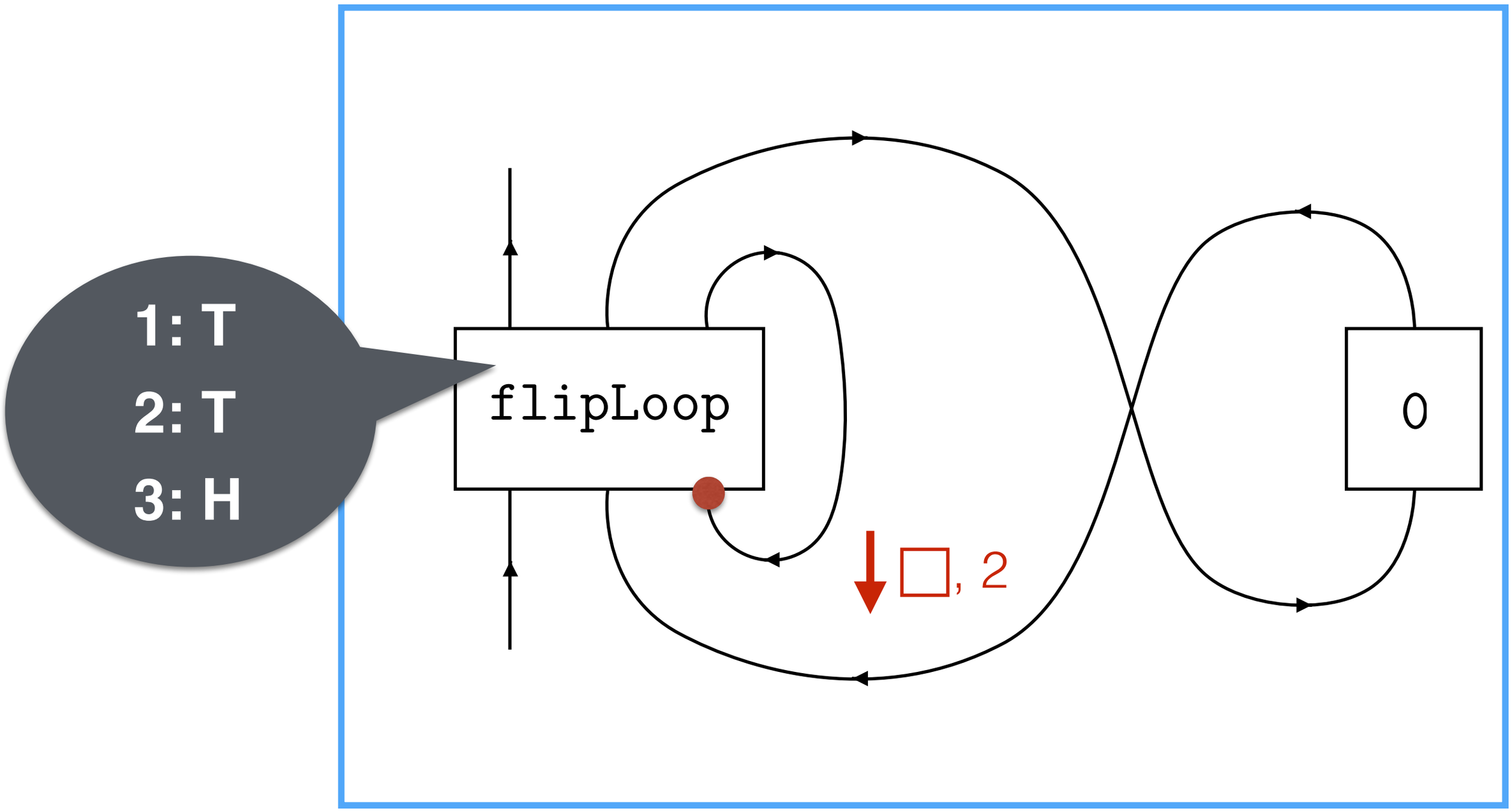
例：再帰的な確率プログラム

$$(\mathtt{rec}(\mathtt{flipLoop}, \mathtt{x}).\, \mathtt{choose}_{0.4}(\mathtt{x},\ \mathtt{flipLoop}\,(\mathtt{x}+1)))\ \ 0$$



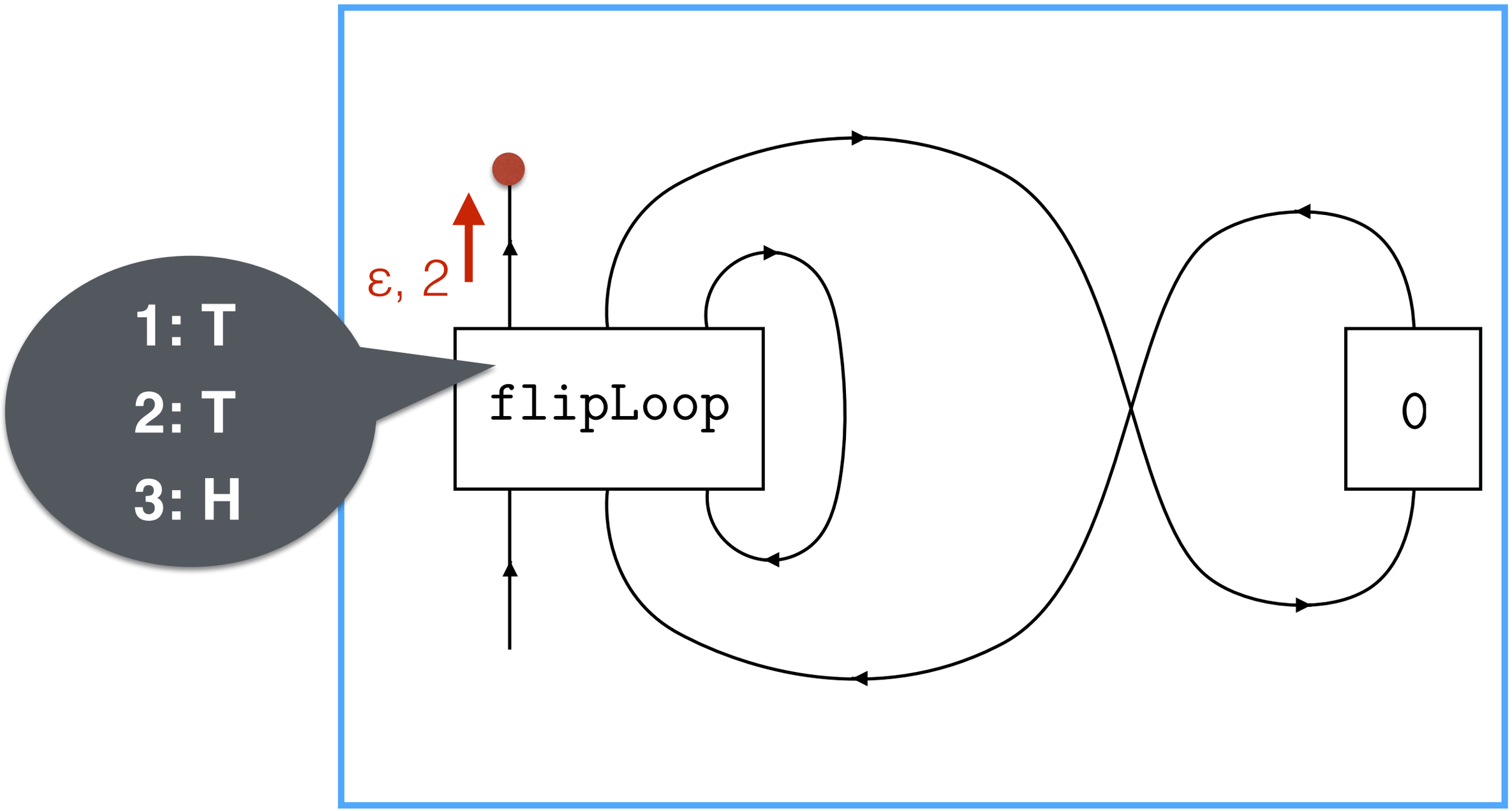
例：再帰的な確率プログラム

$$(\texttt{rec}(\texttt{flipLoop}, \texttt{x}).\, \texttt{choose}_{0.4}(\texttt{x},\ \texttt{flipLoop}\,(\texttt{x}+1)))\ \ 0$$



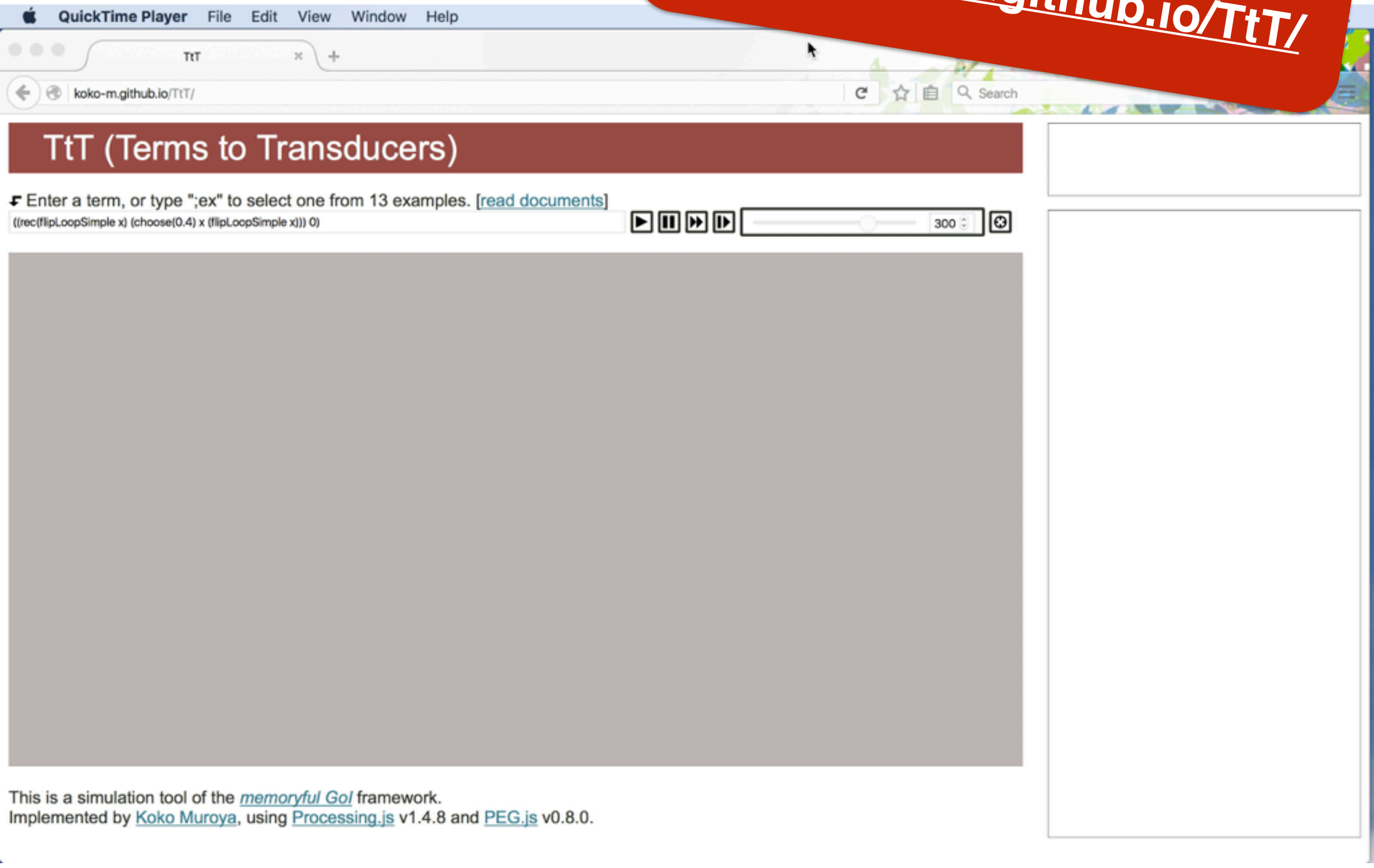
例：再帰的な確率プログラム

$$(\mathtt{rec}(\mathtt{flipLoop}, \mathtt{x}).\, \mathtt{choose}_{0.4}(\mathtt{x},\ \mathtt{flipLoop}\,(\mathtt{x}+1)))\ \ \mathtt{0}$$



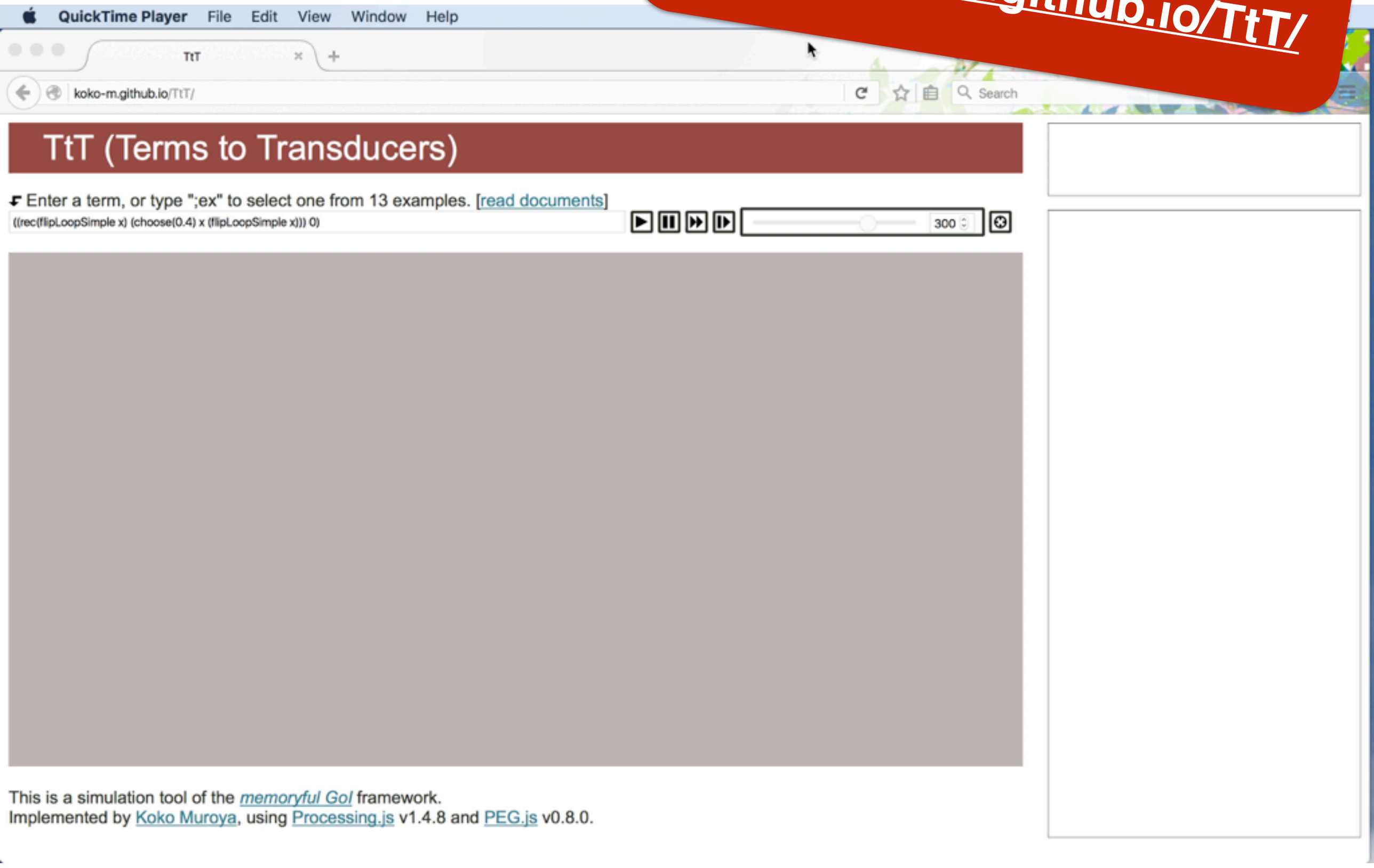
可視化ツール *TtT*

http://koko-m.github.io/TtT/

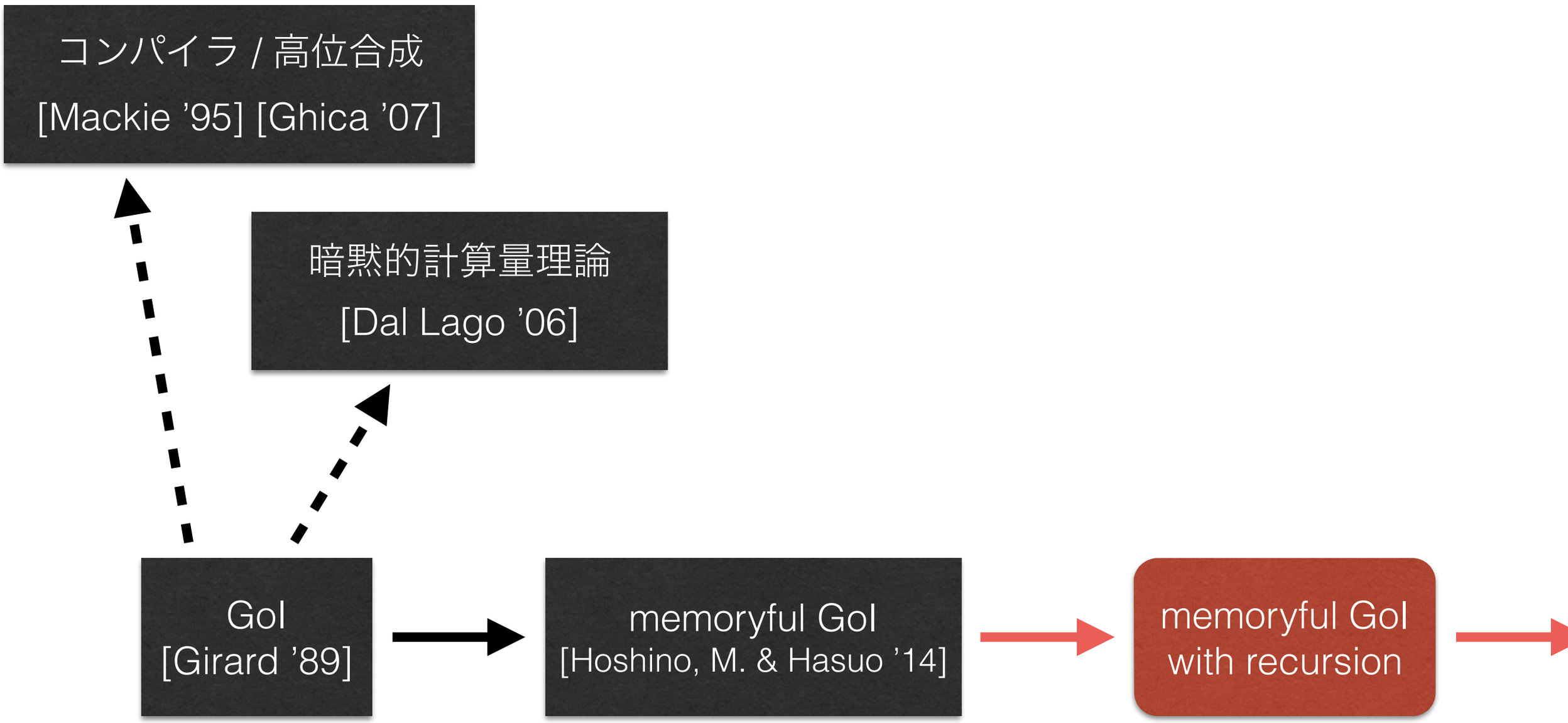


可視化ツール *TtT*

http://koko-m.github.io/TtT/



概要


コンパイラ / 高位合成
[Mackie ’95] [Ghica ’07]
暗黙的計算量理論
[Dal Lago ’06]
GoI
[Girard ’89]
memoryful GoI
[Hoshino, M. & Hasuo ’14]
memoryful GoI
with recursion

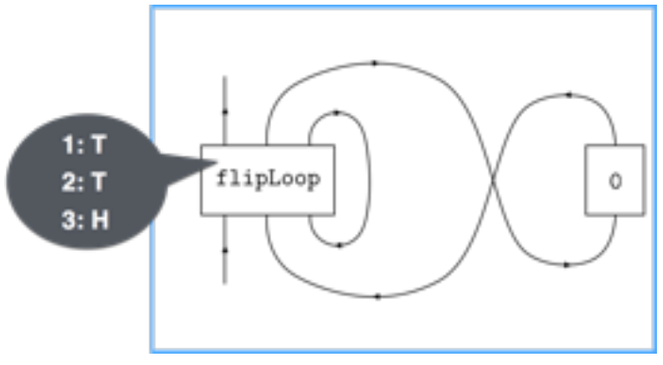
今後の課題

関数型プログラム ＋ 計算副作用 ＋ 再帰

$(\mathtt{rec}(\mathtt{flipLoop}, \mathtt{x}).\, \mathtt{choose}_{0.4}(\mathtt{x},\ \mathtt{flipLoop}\,(\mathtt{x}+1)))\ \ 0$

memoryful GoI
with recursion

メモリつきトークンマシン



- 必要なリソース量の見積もり
  - 状態空間 / トークンのデータ
  - 実行コストの削減
  - プログラム評価コストとの対応

論文

- Naohiko Hoshino, Koko Muroya & Ichiro Hasuo, “Memoryful Geometry of Interaction: from coalgebraic components to algebraic effects.”
  In Proc. of *the Joint Meeting of the 23rd EACSL Annual Conference on Computer Science Logic and the 29th Annual ACM/IEEE Symposium on Logic in Computer Science (CSL-LICS 2014)*, paper 52, 2014.

- Koko Muroya, Naohiko Hoshino & Ichiro Hasuo, “Memoryful Geometry of Interaction II: recursion and adequacy.”
  In Proc. of *the 43rd ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages (POPL 2016)*, p. 748–760, 2016.

口頭発表

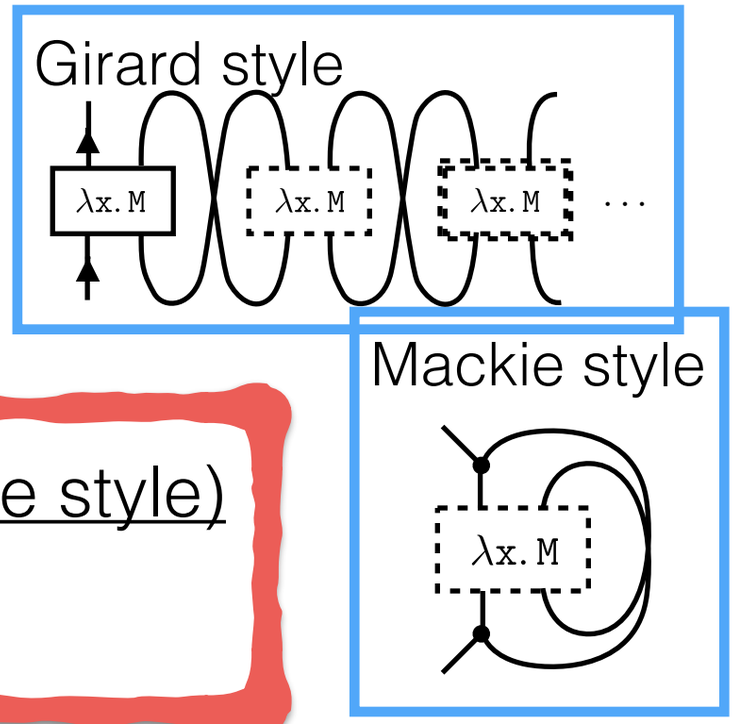
- “Compiling effectful terms to transducers: prototype implementation of memoryful Geometry of Interaction” (preliminary report).
  - *the 5th Workshop on Syntax and Semantics of Low-Level Languages (LOLA 2014)*, Vienna, Austria, 2014 年 7 月.
  - 第 *25* 回代数、論理、幾何と情報科学研究集会 *(ALGI 25)*, 神奈川大学, 2014 年 8 月.

- “Memoryful Geometry of Interaction with recursion” (preliminary report).
  - 理論計算機科学と圏論ワークショップ *(CSCAT 2015)*, 鹿児島大学, 2015 年 3 月.
  - *the 6th Workshop on Syntax and Semantics of Low-Level Languages (LOLA 1015)*, Kyoto, Japan, 2015 年 7 月.

- “Memoryful Geometry of Interaction II: recursion and adequacy.”
  - *the 43rd ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages (POPL 2016)*, St. Petersburg, FL, USA, 2016 年 1 月.

結論：memoryful GoI with recursion

関数型プログラム ＋ 計算副作用 ＋ 再帰



Thm. (**coincidence** of Girard style & Mackie style)

$$(\!|\mathtt{M}|\!)_{\mathrm{Girard}} \simeq (\!|\mathtt{M}|\!)_{\mathrm{Mackie}}$$

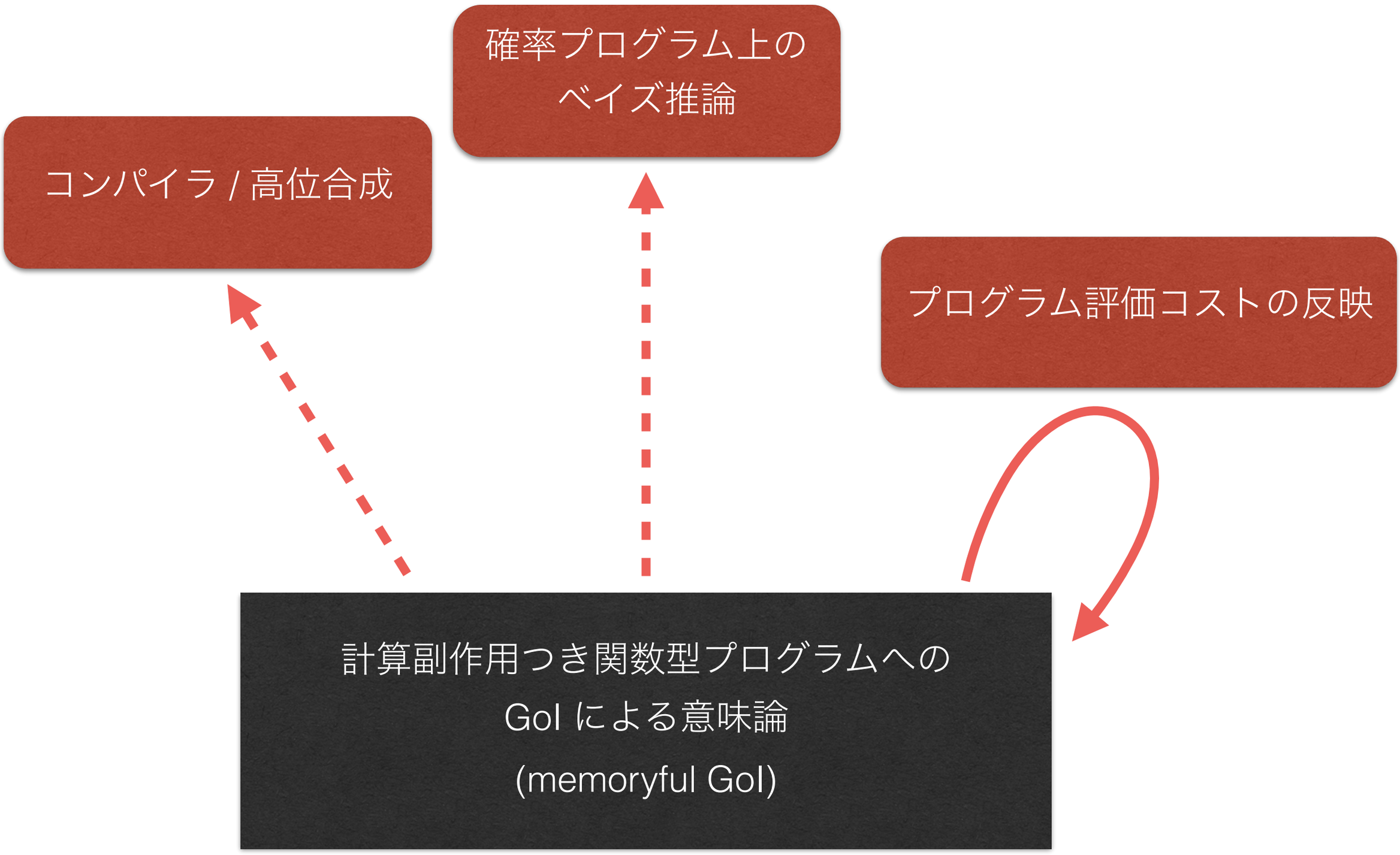
Theorem 6.4 (adequacy). Any closed term M of base type nat satisfies $[\![|\mathtt{M}|]\!] = (\!|\mathtt{M}|\!)^{\dagger}$.

メモリつきトークンマシン

可視化ツール TtT

http://koko-m.github.io/TtT/

研究計画


確率プログラム上の
ベイズ推論
コンパイラ / 高位合成
プログラム評価コストの反映
計算副作用つき関数型プログラムへの
GoI による意味論
(memoryful GoI)